

LD DIDACTIC

FÍSICA

MECÁNICA

**Oscilaciones mecánicas y
ondas**

**588 036
Cuaderno del profesor**

Experimentos de física para alumnos
Mecánica
Oscilaciones mecánicas y ondas

Editado por la redacción de material pedagógico de LD DIDACTIC.

Autor: W. Brauers

Colaboración en la redacción de A. Schüller y F. Kempas

Nº de catálogo: 588 031 – Versión: junio de 1997

Estamos a su disposición para cualquier consulta sobre el contenido.

Por favor, escríbanos o llámenos: (02233)604-214, Fax (02233) 60-222

Diseño y producción general:

K.R. Fecht, Büro für Text und Grafische Produktion, Bonn

Gráfica: C. Hamischmacher

© LD Didactic GmbH – Impreso en Alemania



CONTENIDO

Péndulo con oscilaciones armónicas

Péndulo simple	PS 1.3.1.1
Péndulo físico de varilla.....	PS 1.3.1.2
Péndulo de resorte helicoidal	PS 1.3.1.3
Péndulo de torsión.....	PS 1.3.1.4
Péndulo de resorte de lámina.....	PS 1.3.1.5

Las oscilaciones del péndulo como función del tiempo

Amortiguamiento de las oscilaciones por rozamiento. Análisis de las oscilaciones registradas en un péndulo de resorte de lámina	PS 1.3.2.1
Diagramas de espacio-tiempo y de velocidad-tiempo para oscilaciones armónicas.....	PS 1.3.2.2

Oscilaciones forzadas

Oscilaciones forzadas en péndulos.....	PS 1.3.3.1
Oscilaciones forzadas en un péndulo físico de varilla con registro de amplitud.....	PS 1.3.3.2

Superposición de oscilaciones

Superposición lineal de oscilaciones, dependencia de la amplitud, la fase y la frecuencia	PS 1.3.4.1
Oscilaciones de péndulos de varilla mecánicamente acoplados	PS 1.3.4.2
Oscilaciones de péndulos de resorte de lámina magnéticamente acoplados con registro de las oscilaciones.....	PS 1.3.4.3

Formación de ondas

Transporte de energía en sistemas de péndulos acoplados.....	PS 1.3.5.1
Ondas transversales y longitudinales estacionarias con extremo fijo y libre	PS 1.3.5.2

Ondas estacionarias

Frecuencias de las ondas estacionarias	PS 1.3.6.1
Velocidad de fase de ondas en una cuerda	PS 1.3.6.2
Velocidad de fase de ondas en un resorte helicoidal.....	PS 1.3.6.3
Ondas estacionarias en un resorte helicoidal – Nodos y vientres en función de la frecuencia de excitación	PS 1.3.6.4

Superposición de ondas en una cuerda

Superposición de ondas de igual frecuencia en una cuerda.....	PS 1.3.7.1
Superposición de ondas en una cuerda con una pequeña diferencia de frecuencia	PS 1.3.7.2



Péndulo simple

Actividades:

- Determinar experimentalmente el período de oscilación T como función:
 1. de la amplitud A ,
 2. de la masa del péndulo m ,
 3. de la longitud del péndulo ℓ .
- Deducir la fórmula de las oscilaciones
- Averiguar la aceleración de la gravedad g
- Calcular la longitud de un "péndulo de un segundo" (período de oscilación $T = 2$ s)

Objetivos del experimento:

- *Obtener las siguientes conclusiones:*
El período de oscilación T es
 1. independiente de la amplitud A (en tanto A sea pequeña)
 2. independiente de la masa del péndulo m
 3. proporcional a $\sqrt{\ell}$ (ℓ = longitud del péndulo)

- *Deducir la fórmula de las oscilaciones*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

- *Averiguar la aceleración de la gravedad*

$$g = 4\pi^2 \frac{\ell}{T^2} = \frac{4\pi^2}{K^2}$$

(K = pendiente en el diagrama $T = f(\sqrt{\ell})$)

- *Cálculo de la longitud de un péndulo de un segundo*

$$(T = 2 \text{ s}): \ell = 99,4 \text{ cm}$$

Equipo:

1 pesa, 50 g	de	340 85
1 cuerda, longitud aprox. 50 cm	de	200 70 322
1 escala doble		340 822
2 bases de soporte MF		301 21
1 varilla de soporte, 25 cm		301 26
1 varilla de soporte, 50 cm		301 27
1 bloque de soporte		301 25
1 eje	de	346 03
1 cronómetro	p. ej.	313 07

además, para el experimento parcial 2:

1 bloque con abrazaderas (como masa del péndulo)	346 05
1 pesa, 50 g	340 85



1 Primer experimento parcial

Período como función de la amplitud A .

Montaje:

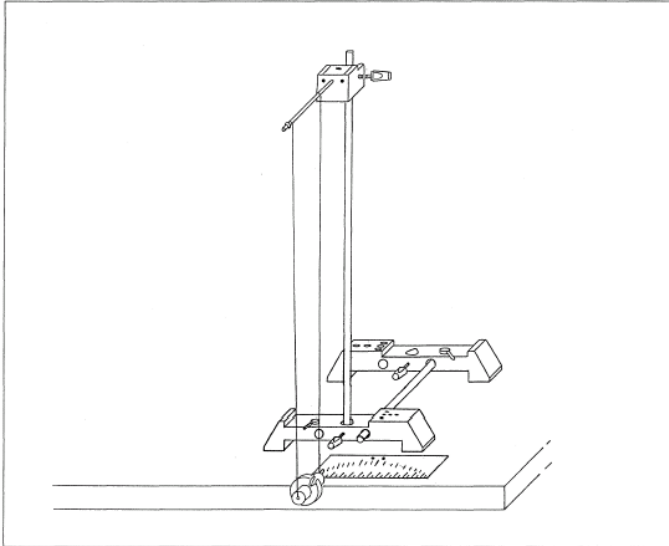


Fig. 1: Péndulo simple con dispositivo para medir amplitudes

- Montar el experimento según la figura 1; el canto de la escala doble corresponde a la posición cero del péndulo.
- Medir la longitud del péndulo ℓ (ℓ = distancia entre el centro de gravedad del péndulo al eje del péndulo).

NOTA: El uso de dos hilos facilita la lectura sin error de paralaje.

Realización:

- Alejar el péndulo simple a $A = 3$ cm de la posición de reposo (¡leer sin paralaje!) en el plano de oscilación: Medir un tiempo de $10 T$ para 10 oscilaciones y anotar ▶ Tabla 1
- Realizar las correspondientes mediciones para $A = 6$ cm, 9 cm, 12 cm. ▶ Tabla 1

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

	longitud del péndulo $\ell = 42,0$ cm			
amplitud $\frac{A}{\text{cm}}$	3	6	9	12
tiempo para 10 oscilaciones $\frac{10 T}{\text{s}}$	12,9	13,0	13,0	13,0
período de oscilación $\frac{T}{\text{s}}$	1,29	1,30	1,30	1,30

Análisis:

- ¿Cómo influye la amplitud A en el período T ?
Para pequeñas deflexiones, la duración de oscilación T es independiente de la amplitud A .

NOTA: Para amplitudes A mayores se obtienen períodos de oscilación T notoriamente mayores.

Ejemplo de medición:

$\alpha = 60^\circ \Rightarrow 1,38\text{s}$ (para una comparación, véase tabla 1)

Justificación teórica ▶ 3,11

Para $\ell = 42$, $A = 12$ cm corresponde a un ángulo $\alpha \approx 16,6^\circ$



2 Segundo experimento parcial

Período de oscilación T como función de la masa del péndulo m

Montaje:

- Montar el experimento tal como muestra la figura 2, pero primero sin el bloque con abrazaderas

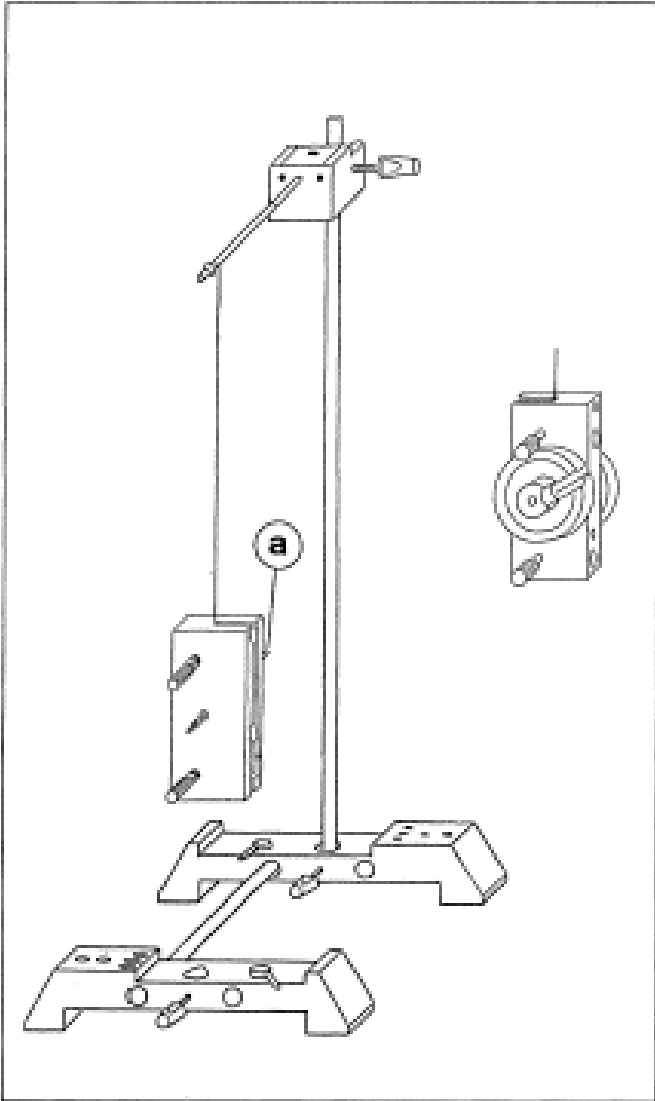


Fig. 2 Péndulo simple con masa del péndulo m , variable (a) bloque con abrazaderas

Realización:

- Determinar la masa m_1 del bloque con abrazaderas (p. ej., con ayuda del dinamómetro). ▶ Tabla 1

NOTA: Masa del bloque con abrazaderas: $m_1 = 54$ g

Averiguación de m_1 con ayuda del dinamómetro:

Fuerza peso $F = 0,52$ N

$$\text{Masa } m = \frac{F}{g} = 53 \text{ g}$$

- Desviar el péndulo aproximadamente $A = 5$ cm y dejar oscilar.
- Medir un tiempo de $10 T$ para 10 oscilaciones y anotar los valores medidos ▶ Tabla 2
- Repetir los pasos 2.3 y 2.4 colocando pesas de masa $m_2 = 50$ g con masas mayores ($m_1 + m_2, m_1 + 2m_2$). ▶ Tabla 2

Observaciones y mediciones:

Tabla 2

	longitud del péndulo: $l = 42,9$ cm		
masa del péndulo $\frac{m}{g}$	54	104	154
tiempo para 10 oscilaciones $\frac{10 T}{s}$	13,2	13,1	13,2
período de oscilación $\frac{T}{s}$	1,32	1,31	1,32

Análisis:

- ¿Cómo es la dependencia de T respecto de la masa del péndulo m ?
El período de oscilación T es independiente de la masa del péndulo m .
- ¿Vale este resultado experimental también para deflexiones mayores del péndulo?
La magnitud de la deflexión del péndulo no tiene casi influencia en el período de oscilación T .

3 Tercer experimento parcial

Período de oscilación T como función de la longitud ℓ del péndulo

Montaje:

- Montaje del experimento ▶ Figura 3
- Longitud del hilo $\ell \approx 130$ cm
- Practicar nudos en el hilo separados aprox. 10 cm entre sí.
- Sujeción del hilo de pesca colgándolo de sus nudos en la ranura del bloque de soporte.

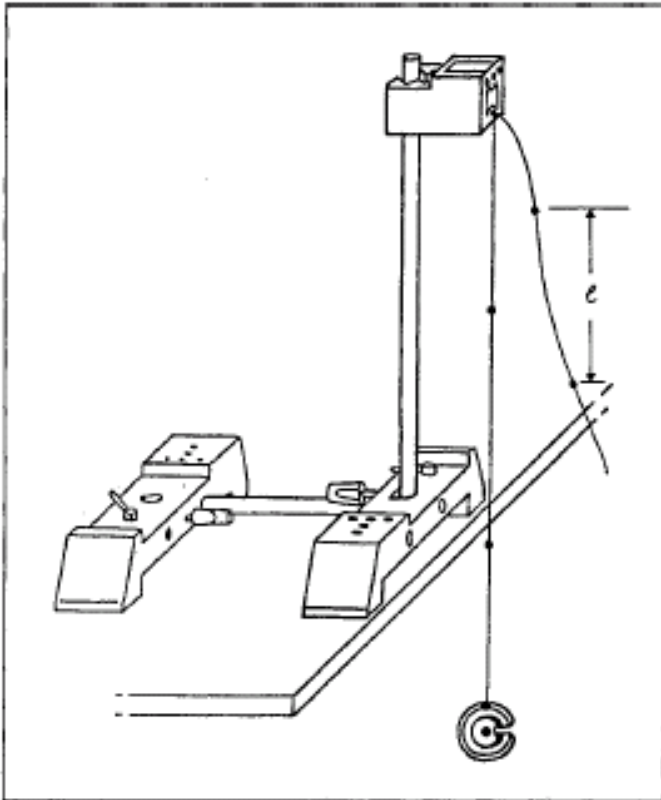


Fig. 3: Péndulo simple con longitud variable ℓ

Realización:

- Medir la longitud ℓ del péndulo (distancia punto de sujeción – centro de gravedad de la masa del péndulo) (▶ Figura 3). ▶ Tabla 3
- Desviar el péndulo unos 5 cm de su posición de equilibrio y hacer oscilar; medir un tiempo de $10 T$ para 10 oscilaciones. ▶ Tabla 3
- Repetir el experimento con las demás longitudes del péndulo dadas:
Medir en cada caso la longitud ℓ del péndulo y el tiempo $10 T$ para 10 oscilaciones. ▶ Tabla 3
- Representar gráficamente el período de oscilación T como función de la longitud ℓ del péndulo. ▶ Figura 4

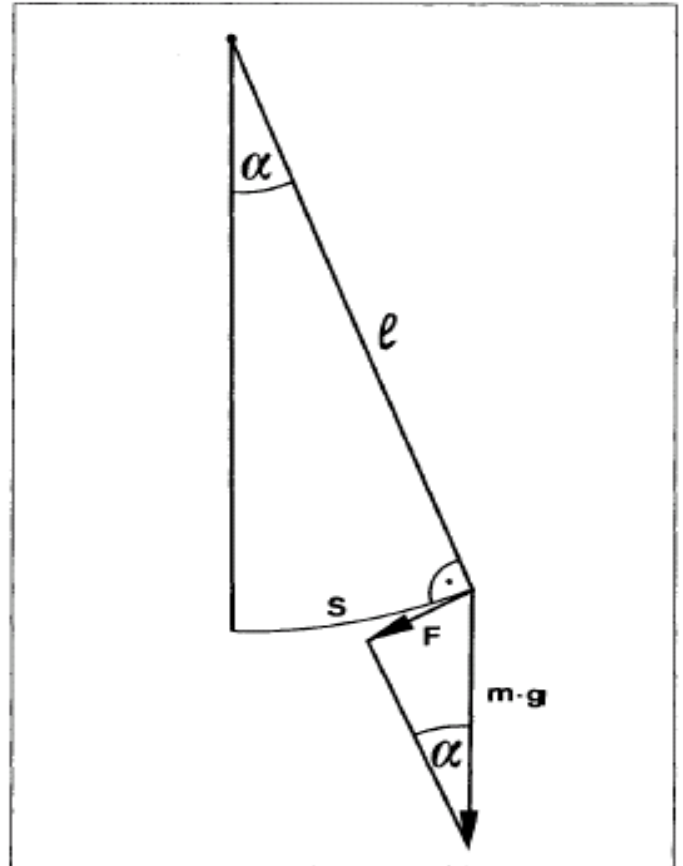


Fig. 4: Fuerzas en el péndulo simple

Observaciones y mediciones:

Tabla 3

longitud del péndulo $\frac{\ell}{\text{cm}}$	tiempo $\frac{10 T}{\text{s}}$	período de oscilación $\frac{T}{\text{s}}$
6,0	5,1	0,51
15,0	8,0	0,80
27,0	10,7	1,07
50,5	14,4	1,44
65,0	16,3	1,63
87,5	18,8	1,88
107,5	20,8	2,08
120,5	22,1	2,21



Análisis:

- ¿Cómo influye la longitud ℓ en el período de oscilación T ? (Descripción cualitativa en base al diagrama)

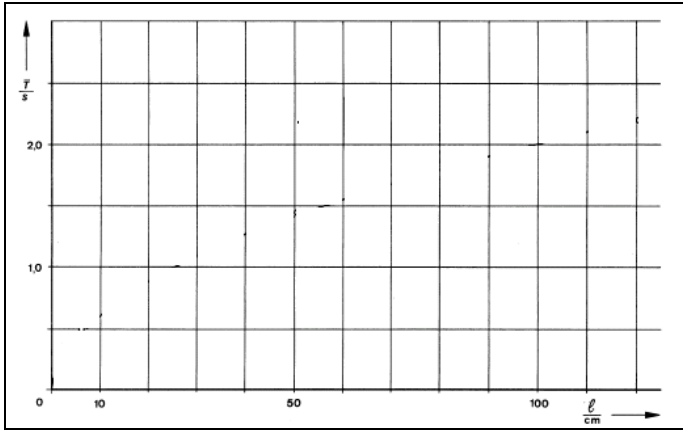


Fig. 5: Período de oscilación como función de la longitud del péndulo

El período de oscilación T aumenta con la longitud ℓ del péndulo. La dependencia de T respecto de ℓ no es lineal.

NOTA: Para duplicar el período de oscilación se debe llevar al cuádruplo la longitud del péndulo.

Ejemplo: (► Diagrama de la figura 5)

$T = 1 \text{ s}, \ell = 25 \text{ cm}$

$T = 2 \text{ s}, \ell = 100 \text{ cm}$

- ¿Qué relación matemática existe entre la longitud ℓ del péndulo y el período de oscilación T ?

Relación supuesta: $T \sim \sqrt{\ell}$

Sugerencia:

Verificar la factibilidad de linealizar la serie de valores $T = f(\ell)$. Describir matemáticamente la función y representarla gráficamente.

Tabla 4

$\sqrt{\frac{\ell}{\text{cm}}}$	$\frac{T}{\text{s}}$
2,5	0,51
3,9	0,80
5,2	1,07
7,1	1,44
8,1	1,63
9,4	1,88
10,4	2,08
11,0	2,21

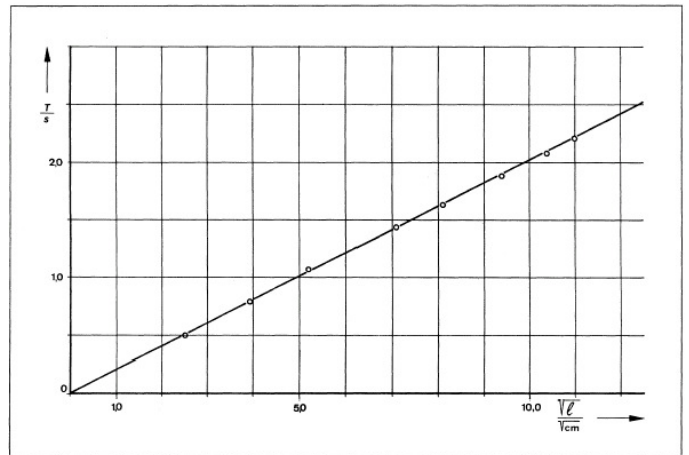


Fig. 6: Período de oscilación T como función de $\sqrt{\ell}$ (ℓ = longitud del péndulo)

Resultado:

El período T de la oscilación es proporcional a la raíz de la longitud del péndulo

$T \sim \sqrt{\ell}$ ó $T = K \cdot \sqrt{\ell}$

La pendiente de la recta en el diagrama (figura 6) es $K = 0,20 \text{ s} \cdot \text{cm}^{-\frac{1}{2}}$

NOTA:

En rigor, K no es constante.

Para valores menores de ℓ , empieza a hacerse notar el momento de inercia de la masa del péndulo.



Deducir la fórmula de las oscilaciones:

Para la fuerza retrógrada F se obtiene de la figura 5:

$$F = -mg \sin \alpha$$

Para ángulos α pequeños vale la relación

$$\sin \alpha \approx \sin \left(\frac{s}{\ell} \right) \approx \frac{s}{\ell}$$

luego

$$F = -mg \cdot \frac{s}{\ell}$$

Además, tener en cuenta que:

$$F = m \cdot d\ddot{s}$$

La solución de la ecuación diferencial

$$m \cdot \ddot{s} = -m \cdot g \cdot \frac{s}{\ell}$$

junto con el reemplazo $s(t) = A \cdot \sin(\omega t)$ da la ecuación de las oscilaciones

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

La linealidad de la ley de la fuerza es válida sólo para pequeñas deflexiones α . Si en la ecuación de la fuerza no se reemplaza $\sin \alpha$ por α , la solución de la correspondiente ecuación diferencial para ángulos de deflexión α mayores es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \sin^6 \frac{\alpha}{2} + \dots \right]$$

NOTA:

Para ángulos pequeños α , la expresión en función del ángulo que está entre corchetes da un valor apenas mayor que 1.

Para $\alpha = 20^\circ$ difiere aproximadamente 0,8%, para $\alpha = 60^\circ$ aproximadamente 7%.

- ¿A qué expresión de la aceleración de la gravedad g se llega a partir de la fórmula de oscilaciones del péndulo simple?
¿A qué valor de g se llega con las mediciones? (► 3.10)

Si se despeja g de la ecuación de las oscilaciones, se obtiene:

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot \ell}{T^2} = \frac{4\pi^2}{\left(\frac{T}{\sqrt{\ell}}\right)^2} = 4 \frac{\pi^2}{K^2}$$

K es la pendiente en el diagrama de la figura 6.

Ejemplo de medición: $K = 0,20 \text{ s cm}^{-\frac{1}{2}}$

(► Resultado 3.10)

$$g = 987 \text{ cm s}^{-2}$$

(Valor de tablas: $g = 981 \text{ cm s}^{-2}$)

- Cálculo de la longitud ℓ_1 de un péndulo de un segundo.
Por péndulo de un segundo se entiende (históricamente) un péndulo que necesita exactamente 1 segundo para la mitad de una oscilación, o sea, desde que pasa por una posición cero hasta la próxima, o desde un desplazamiento máximo hasta el próximo.

En el péndulo de un segundo, entre que éste va y vuelve una vez debe transcurrir 1 segundo, o sea, $T = 2 \text{ s}$.

Si en la ecuación de oscilaciones se despeja ℓ y se reemplaza luego $T = 2 \text{ s}$, se obtiene

$$\ell = \frac{(2 \text{ s})^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{(1 \text{ s})^2}{\pi^2} \cdot 981 \text{ cm s}^{-2} = 99,4 \text{ cm}$$



Péndulo físico de varilla

Actividades:

- Comparar el período de un péndulo físico de varilla con el de un péndulo simple; averiguar la longitud reducida del péndulo.
- Averiguar cómo varía el período de oscilación si se emplea una masa adicional: a) en el extremo de la varilla, b) entre el eje y el extremo de la varilla.
- Deducir la fórmula para el período de oscilación de un péndulo físico de varilla.
- Determinar la aceleración de la gravedad g en base al período de oscilación de una varilla.
- Deducir la fórmula del período de oscilación de una varilla con una masa adicional fijada a una distancia a del eje de rotación.

Objetivos del experimento:

- *Averiguar la longitud reducida del péndulo $\ell_r = \frac{2}{3} \ell_0$ (ℓ_0 = longitud del péndulo físico de varilla)*
- *Período de oscilación del péndulo físico de varilla: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_r}{g}}$*
- *Indicación: El período de un péndulo físico de varilla con una masa adicionada en su extremo puede variar dentro del rango:*

$$2\pi \sqrt{\frac{\ell_r}{g}} < T < 2\pi \sqrt{\frac{\ell_0}{g}}$$

- *Indicación: Una masa adicional en el péndulo físico de varilla puede tanto aumentar como disminuir el período de oscilación (a = distancia desde el centro de gravedad de la masa adicional al eje de rotación):*

aumenta si $a > \frac{2}{3} \ell_0$;

es independiente de la masa para $a = 0$ y $a = \frac{2}{3} \ell_0$;

disminuye si $0 < a < \frac{2}{3} \ell_0$;

hay un mínimo de oscilación para $0 < a < \frac{1}{3} \ell_0$

- *Deducir la ecuación de las oscilaciones $T = 2\pi \sqrt{\frac{2 \cdot \ell_0}{3 \cdot g}}$*
- *Determinar la aceleración de la gravedad g con ayuda del período de oscilación T de un péndulo físico de varilla (patrón) de longitud ℓ_0 :*

$$g = \frac{8}{3} \pi^2 \cdot \frac{\ell_0}{T^2}$$

- *Deducir la ecuación del período de oscilación de un péndulo físico de varilla con una masa adicional fijada a una distancia a del eje de rotación.*

Equipo:

1 péndulo físico de varilla con eje.....de	346 03
1 bloque con abrazaderas	346 05
2 pesas, 50 g	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm.....de	301 26
1 varilla de soporte, 50 cm.....de	301 27
1 mordaza doble S.....de	301 09
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 cronómetro.....p. ej.	313 07

1 Primer experimento parcial

Comparación de la longitud de un péndulo físico de varilla con la de un péndulo simple de igual período de oscilación; determinación de la longitud reducida del péndulo.

Montaje:

- ▶ Figura 1
- Longitud ℓ_0 del péndulo físico de varilla (medir a partir del eje de rotación):

Longitud ℓ_0 del péndulo físico de varilla (desde el eje de rotación):

$$\ell_0 = 39,6 \text{ cm}$$

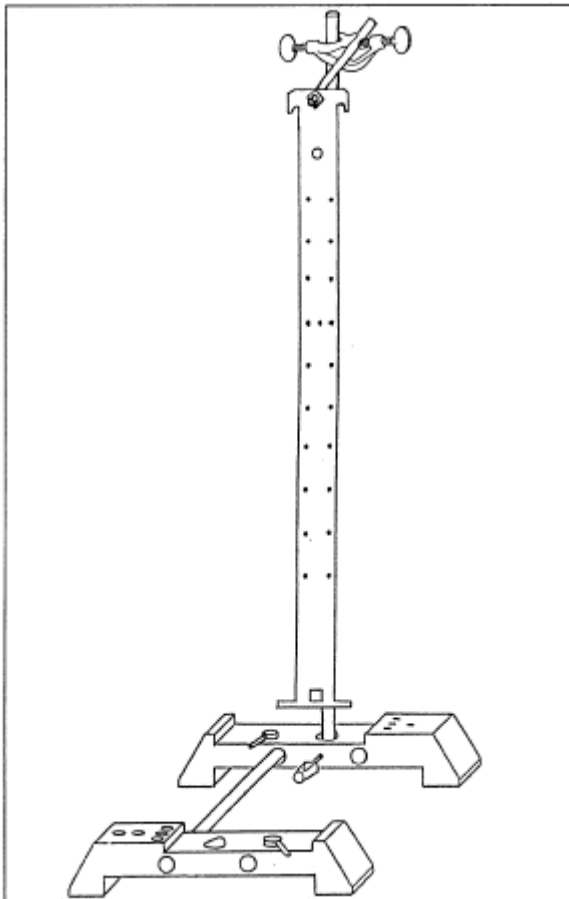


Fig. 1: Péndulo físico de varilla, masa m_0 , longitud ℓ_0

Realización:

- Período T_0 del péndulo físico de varilla (valor medio de al menos 10 oscilaciones):

Período de oscilación del péndulo físico de varilla:
 $T_0 = 1,05 \text{ s}$

Análisis:

- Calcular la longitud ℓ_r de un péndulo simple que tenga igual período de oscilación.

¿Qué valor brinda la medición para esta "longitud reducida del péndulo ℓ_r "?

$$\text{Calcular } \frac{\ell_r}{\ell_0}$$

¿Cuál es la longitud de un péndulo simple con período de oscilación T_0 ?

$$T_0 = 1,05 \text{ s} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_r}{g}}, \quad g = 981 \text{ cm s}^{-2}$$

$$\ell_r = g \cdot \frac{T_0^2}{4 \cdot \pi^2} = \frac{981 \text{ cm s}^{-2} \cdot (1,05 \text{ s})^2}{4 \cdot \pi^2} = 27,4 \text{ cm}$$

$$\frac{\ell_r}{\ell_0} = \frac{27,4 \text{ cm}}{39,6 \text{ cm}} = 0,69$$

(Valor teórico: $\frac{2}{3}$; experimento parcial 3, 3.7)

2 Segundo experimento parcial

Dependencia del período de oscilación respecto de la magnitud de una masa fijada en el extremo de la varilla.

Preparación del experimento:

- Determinar las siguientes magnitudes:
 m_0 : masa del péndulo físico de varilla $m_0 = 74 \text{ g}$
 m_1 : masa del bloque con abrazaderas $m_1 = 54 \text{ g}$
 m_2 : masa de una pesa $m_2 = 50 \text{ g}$
 ℓ_0 : longitud del péndulo físico de varilla $\ell_0 = 39,6 \text{ cm}$
 (medida desde el eje de rotación)
 m_z : masa adicional ▶ Tabla 1

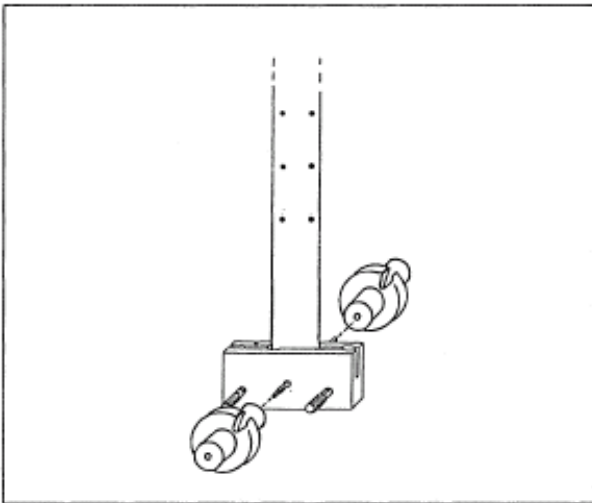


Fig. 2: Bloque con abrazaderas en el extremo del péndulo físico de varilla y pesas de quita y pon

Montaje:

- ▶ Figura 1 / Figura 2

Realización:

- Determinar el período de oscilación para cada una de las siguientes masas m_z en el extremo de la varilla: $0/m_1/m_1 + m_2/m_1 + 2m_2$. ▶ Tabla 1
- Representar en un gráfico el período de oscilación T como función de m_z . ▶ Figura 3

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

m_z	$\frac{m_z}{g}$	$\frac{T}{s}$
0	0	1,05
m_1	54	1,20
$m_1 + m_2$	104	1,23
$m_1 + 2m_2$	154	1,25

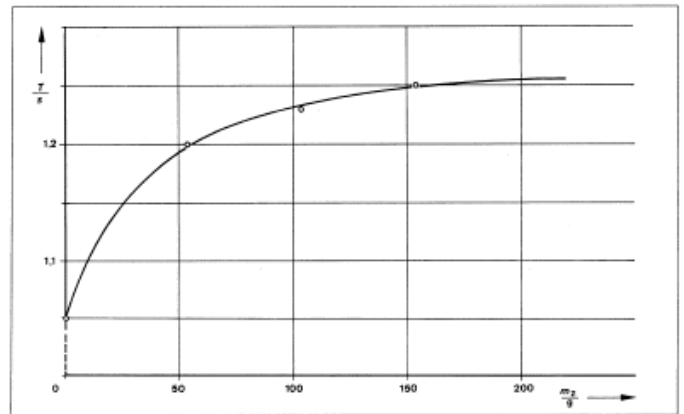


Fig. 3: Período de oscilación T como función de una masa adicional m_z en el extremo del péndulo físico de varilla

Análisis:

- ¿Qué efecto produce la variación de una masa m_z en el extremo de un péndulo físico de varilla sobre el período de oscilación?

Cuanto mayor sea la masa adicional en el extremo del péndulo físico de varilla, mayor es el período de oscilación.

Para masas adicionales muy grandes puede desprejarse la masa de la varilla.

- ¿Bajo qué condiciones límite el período de oscilación T del péndulo estudiado es igual al período de oscilación $T(\ell_0)$ de un péndulo simple de longitud ℓ_0 ?
 ¿Cuánto vale $T(\ell_0)$?

El límite superior obtenido para el período de oscilación es el mismo que el del péndulo simple de longitud ℓ_0 .

Cálculo:

$$T(\ell_0) = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_0}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{39,6 \text{ cm}}{981 \text{ cm s}^{-2}}} = 1,26 \text{ s}$$

El período de oscilación del péndulo físico de varilla sin masa adicional es

$$T = 1,05 \text{ s (▶ 2.3)}$$

Agregando una masa en el extremo del péndulo físico de varilla puede modificarse el período de oscilación entre 1,05 s y 1,26 s.

3 Tercer experimento parcial

Dependencia del período de oscilación respecto de la posición de una masa adicional en el extremo del péndulo físico de varilla.

Montaje:

► Figura 1 /Figura 4

NOTA: A partir del valor $a = 12 \text{ cm}$ resulta práctico utilizar los orificios del péndulo físico de varilla para facilitar la colocación (véase figura 4)

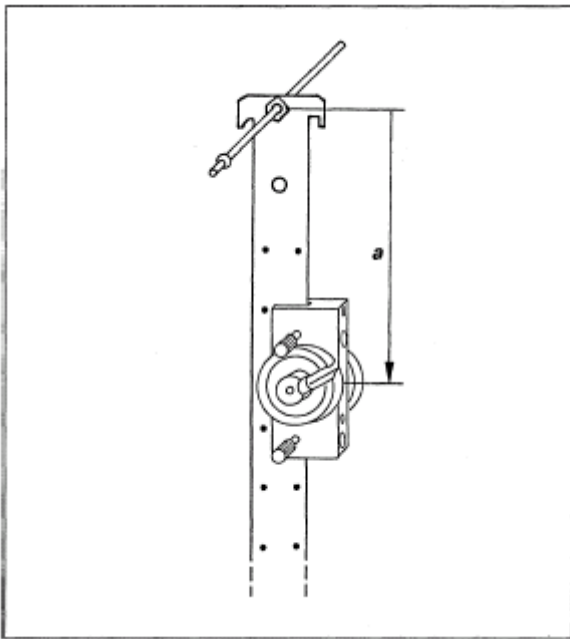


Fig. 4: Péndulo físico de varilla tras haber fijado el bloque con abrazaderas y colocado las dos pesas

Realización:

- Colocar la masa adicional m_z , según muestra la figura 4, a una distancia del centro de gravedad $a = 0; 5 \text{ cm}; 12 \text{ cm}; 17 \text{ cm}; 22 \text{ cm}$, etc., y averiguar para cada una de ellas el período de oscilación T para al menos 10 oscilaciones.
- Hacer una tabla de T en función de a y representar en un gráfico. ► Tabla 2 ► Figura 5
- Repetir el experimento con una masa adicional más pequeña (solamente el bloque con abrazaderas).

Observaciones y mediciones:

Tabla 2

masa del péndulo físico de varilla:	$m_0 = 74 \text{ g}$	
masa del bloque con abrazaderas:	$m_1 = 54 \text{ g}$	
masa de una pesa:	$m_2 = 50 \text{ g}$	
masa adicional	m_1	$m_1 + 2m_2$
$\frac{a}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{T}{\text{s}}$
0	1,05	1,05
5,0	0,98	0,89
12,0	0,96	0,88
17,0	0,97	0,93
22,0	1,00	0,99
27,0	1,06	1,06
32,0	1,11	1,14
39,6	1,20	1,25

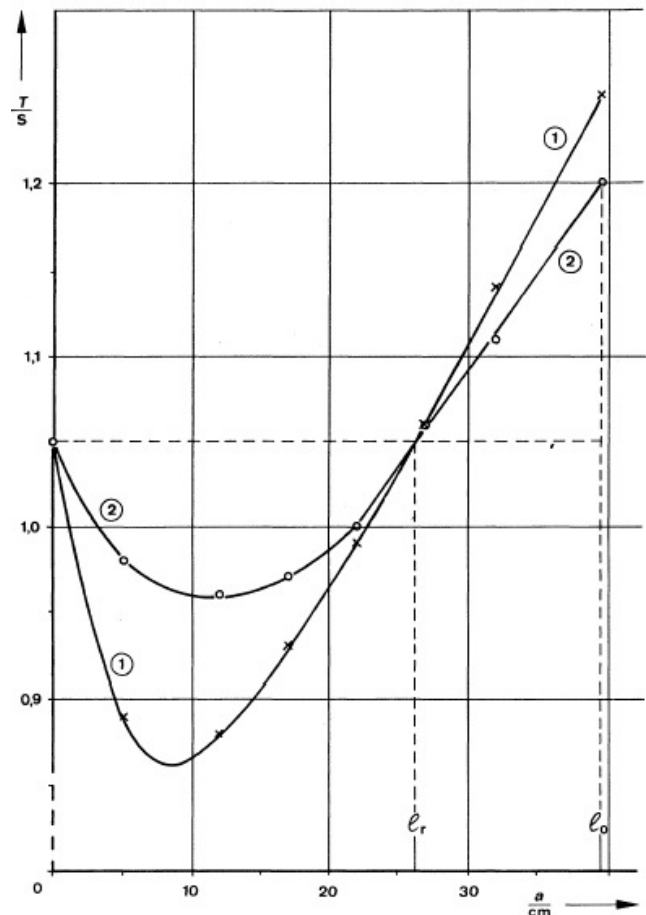


Fig. 5: Período de oscilación T del péndulo físico de varilla como función de una masa adicional m_z sujeta a una distancia a del eje de rotación
curva (1) masa adicional $m_z = 154 \text{ g}$
curva (2) masa adicional $m_z = 54 \text{ g}$

Análisis:

- ¿Cómo varía el período de oscilación en función de la posición de una masa adicional en el péndulo físico de varilla?
¿Cómo influye la magnitud de la masa en el período de oscilación?

En un péndulo físico de varilla existen dos posiciones en las que puede colocarse una masa adicional sin que por ello se modifique el período de oscilación. Una de ellas está a la altura del eje del péndulo ($a = 0$), y la otra a una distancia del eje igual a la longitud de péndulo reducida ℓ_r .

(En el ejemplo de medición, $\ell_r = 26,3 \text{ cm}$.)

Una masa adicional por debajo de ℓ_r aumenta el período de oscilación T cuanto mayor sea aquella y cuanto más cerca esté del extremo del péndulo.

Una masa adicional por encima de ℓ_r disminuye T tanto más cuanto mayor sea dicha masa.

Para cada masa adicional hay una posición (distancia a del centro de rotación) que lleva a un período de oscilación mínimo.

Esta posición se encuentra tanto más cerca del eje del péndulo cuanto mayor sea la masa adicional.

- Obtención de la longitud reducida del péndulo ℓ_r y del cociente $\frac{\ell_r}{\ell_0}$

$$\frac{\ell_r}{\ell_0} = \frac{26,3 \text{ cm}}{39,6 \text{ cm}} = 0,664 \approx \frac{2}{3}$$

(ℓ_0 : longitud del péndulo físico de varilla desde el eje de rotación)

- Deducción de la ecuación de oscilaciones de un péndulo físico de varilla (figura 6)

$$J \cdot \ddot{\alpha} = -m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha = -m \cdot g \cdot \frac{\ell_0}{2} \sin \alpha$$

J : momento de inercia de la varilla

s : distancia del centro de gravedad al eje de rotación

ℓ_0 : longitud de la varilla (desde el eje de rotación)

Para ángulos pequeños de deflexión se obtiene $\sin \alpha \approx \alpha$. La ecuación diferencial queda entonces:

$$\ddot{\alpha} = -\frac{m \cdot g \cdot \ell_0}{2 \cdot J} \alpha$$

Reemplazo:

$$A = \sin \omega t \text{ con } \omega = 2 \frac{\pi}{T}$$

$$\ddot{\alpha} = -\omega^2 \alpha$$

Comparando los coeficientes se llega a

$$\omega^2 = \frac{m \cdot \ell_0 \cdot g}{2 \cdot J} \text{ o bien}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2J}{m \cdot \ell_0 \cdot g}}$$

El momento de inercia de una varilla es

$$J = \frac{1}{3} m \cdot \ell_0^2$$

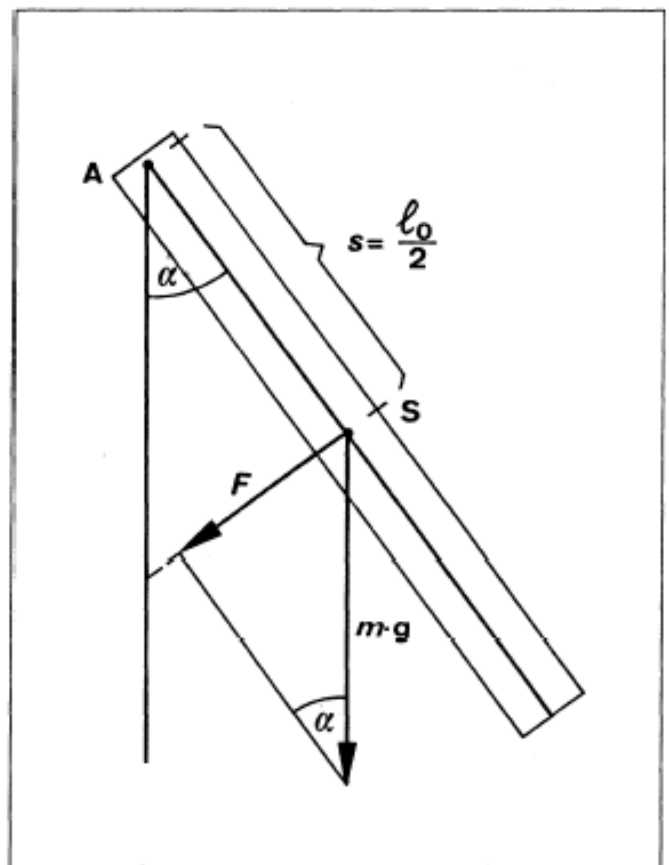


Fig. 6: Diagrama para la deducción de la fórmula de las oscilaciones en un péndulo físico (de varilla)

(A: centro de rotación; S: centro de gravedad; α : ángulo de deflexión; ℓ_0 : longitud del péndulo físico de varilla desde A; F: fuerza retrógrada)

Así se llega, para la varilla, a un valor de período de oscilación:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{\ell_0}{g}}$$

Una varilla de longitud ℓ_0 , cuyo centro de rotación se encuentra en el extremo superior, oscila con el mismo período con que lo hace un péndulo simple con "longitud de péndulo reducida"

$$\ell_r = \frac{2}{3} \ell_0$$



- Determinar la aceleración de la gravedad g en base al período de oscilación de una varilla.
(¡Emplear el péndulo físico de varilla!)

Si de la ecuación de oscilaciones del péndulo físico de varilla se despeja g , se obtiene

$$g = \frac{8}{3} \pi^2 \cdot \frac{\ell_0}{T^2}$$

longitud del péndulo físico de varilla:

$$\ell_0 = 40 \text{ cm}$$

período de oscilación medido:

$$T = 1,05 \text{ s}$$

$$g = \frac{1053 \text{ cm}}{T^2} = 955 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} \text{ (Valor de tablas: } 981 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}\text{)}$$

- Deducción del período de oscilación de una varilla con masa adicional adherida.

Para el período de oscilación T de un péndulo físico que oscila con una amplitud pequeña, se verifica

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m \cdot g \cdot s}} \quad (I)$$

J : momento de inercia respecto del eje de rotación

m : masa del péndulo

s : distancia centro de gravedad – eje de rotación

g : aceleración de la gravedad

- Masa adicional en el extremo del péndulo físico de varilla

El momento de inercia J de una varilla de longitud ℓ_0 respecto de un eje de rotación en un extremo es

$$J = \frac{1}{3} m_0 \ell_0^2 \quad (II)$$

Para un péndulo físico de varilla con una masa adicional m_z colocada en el extremo inferior, vale el momento de inercia

$$J = \frac{1}{3} m_0 \ell_0^2 + m_z \cdot \ell_0^2 \quad (III)$$

La distancia s del centro de gravedad al eje de rotación es entonces

$$s = \frac{\ell_0 \left(\frac{m_0}{2} + m_z \right)}{m_0 + m_z} \quad (IV)$$

Si se reemplazan (III) y (IV) en (I) resulta, para el período de oscilación de un péndulo físico de varilla con masa adicional en el extremo del péndulo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_0 \left[\frac{m_0 + m_z}{3} \right]}{g \left[\frac{m_0}{2} + m_z \right]}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_0 \left[1 - \frac{1}{3 \left(1 + \frac{m_z}{m_0} \right)} \right]}{g}} \quad (V)$$

Se sabe que la expresión entre corchetes que es función de la relación de masas $\frac{m_z}{m_0}$ puede tomar valores entre

$$\frac{2}{3} \text{ y } 1.$$

- Masa adicional colocada en una posición arbitraria ($0 \leq a \leq \ell_0$).

Un péndulo físico de varilla con la masa adicional m_z a distancia a del eje de rotación tiene (a diferencia de III) el momento de inercia:

$$J = \frac{1}{3} m_0 \ell_0^2 + m_z a^2 \quad (VI)$$

Si se reemplazan (VI) y (IV) en (I), se obtiene:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_0 \left[\frac{2}{3} + 2 \frac{m_z}{m_0} \left(\frac{a}{\ell_0} \right)^2 \right]}{g \left[1 + 2 \frac{m_z}{m_0} \cdot \frac{a}{\ell_0} \right]}} \quad (VII)$$

Para $m_z = 0$ se obtiene el período de oscilación del péndulo físico de varilla sin masa adicional.

Se obtendrá el mismo período de oscilación e independiente de la magnitud de la masa adicional para los casos

- $a = 0$ (masa adicional a la altura del eje de rotación)*
- $a = \frac{2}{3} \ell_0$ (masa adicional en el llamado centro de oscilación)*

Comprobación para b):

Hay que mostrar que para $\frac{a}{\ell_0} = \frac{2}{3}$ el corchete tiene el valor $\frac{2}{3}$:

$$\left[\frac{\frac{2}{3} + 2 \frac{m_z}{m_0} \left(\frac{2}{3} \right)^2}{1 + 2 \frac{m_z}{m_0} \cdot \frac{2}{3}} \right] = \left[\frac{\frac{2}{3} \left(1 + 2 \frac{m_z}{m_0} \cdot \frac{2}{3} \right)}{\left(1 + 2 \frac{m_z}{m_0} \cdot \frac{2}{3} \right)} \right] = \frac{2}{3}$$



- Interpretación de los resultados – Comparación con las mediciones.

Cálculo del mínimo del período de oscilación:

Pregunta: ¿A qué distancia a del eje de rotación hay que colocar una masa adicional m_z en el péndulo físico de varilla para que el período de oscilación tome un valor mínimo?

Esto ocurre cuando el valor del corchete es un mínimo:

$$f(x) = \frac{\frac{2}{3} + 2 \frac{m_z}{m_0} x^2}{1 + 2 \frac{m_z}{m_0} \cdot x}; \quad x = \frac{a}{\ell_0}$$

$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) = \frac{4 \frac{m_z}{m_0} x (1 + 2 \frac{m_z}{m_0} x) - 2 \frac{m_z}{m_0} \left(\frac{2}{3} + 2 \frac{m_z}{m_0} x^2 \right)}{\left(1 + 2 \frac{m_z}{m_0} \cdot x \right)^2} = 0$$

De donde se deduce:

$$2x \cdot \left(1 + 2 \frac{m_z}{m_0} x \right) - \left(\frac{2}{3} + 2 \frac{m_z}{m_0} x^2 \right) = 0$$

$$2 \frac{m_z}{m_0} x^2 + 2x - \frac{2}{3} = 0$$

$$x^2 + \frac{m_0}{m_z} x - \frac{1}{3} \cdot \frac{m_0}{m_z} = 0 \quad \text{(VIII)}$$

$$x = -\frac{m_0}{2m_z} \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{m_0}{m_z} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{m_0}{m_z} \right)}$$

Dado que no son factibles valores negativos para $x = \frac{a}{\ell_0}$, sólo vale el signo positivo delante del radical.

Después de algunos simples despejes se obtiene

$$a(T_{\min}) = \frac{\sqrt{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{m_z}{m_0} - 1}}{2 \frac{m_z}{m_0}} \cdot \ell_0 \quad \text{(IX)}$$

¿Qué valores puede tomar $x = \frac{a}{\ell_0}$?

Según la ecuación (VIII):

$$\frac{m_z}{m_0} = \frac{1}{3} - x \quad \text{(X)}$$

Se constata que: $x = \frac{a}{\ell_0}$ sólo puede tomar valores entre 0 y 1/3.

Cuanto menor sea $\frac{m_z}{m_0}$, más se aproxima x a 1/3.

Cuanto mayor sea $\frac{m_z}{m_0}$, más se aproxima x a 0.

Cálculo de los mínimos en el diagrama (figura 5)

Curva (1): $\frac{m_z}{m_0} = \frac{154 \text{ g}}{74 \text{ g}} = 2,08; \quad \ell_0 = 39,6 \text{ cm}$

Según la ecuación (IX) se obtiene

$a_1(T_{\min}) = 8,99 \text{ cm} \approx 9,0 \text{ cm}$

Según la ecuación (VII), $T_{1\min} = 0,85 \text{ s}$

*Curva (2): $\frac{m_z}{m_0} = \frac{54 \text{ g}}{74 \text{ g}} = 0,73$
 $\ell_0 = 39,6 \text{ cm}$*

Según la ecuación (IX) se obtiene

$a_2(T_{\min}) = 10,97 \approx 11,0 \text{ cm}$

En base a (VII):

$T_{2\min} = 0,94 \text{ s}$

Experimento adicional:

Verificar experimentalmente los valores mínimos

Resultado de un ejemplo de medición:

*(1) Masa adicional $m_z = 154 \text{ g}$ con $a_1 = 9,0 \text{ cm}$:
Resultado experimental $T_{1\min} \approx 0,86 \text{ s}$*

*(2) Masa adicional $m_z = 54 \text{ g}$ con $a_2 = 11,0 \text{ cm}$:
Resultado experimental $T_{2\min} \approx 0,96 \text{ s}$*



Péndulo de resorte helicoidal

Actividades:

- Determinar la constante D del resorte haciendo pender masas.
- Determinar el período de oscilación T como función de la masa colgada m .
- Deducir la ecuación de las oscilaciones.

Objetivos del experimento:

- *Determinar la constante D del resorte haciendo pender masas:*
 - Resorte helicoidal (A), aprox. $0,1 \text{ N cm}^{-1}$
 - Resorte helicoidal (B), aprox. $0,25 \text{ N cm}^{-1}$
- *Deducción de la ecuación de las oscilaciones:*
 - con ayuda del resorte helicoidal (A)
 - con ayuda del resorte helicoidal (B)

Funciones:

$$T^2 = a (m + k_0 \cdot m_0)$$

T : período de oscilación

m : masa colgada

m_0 : masa del resorte helicoidal

k_0 : factor numérico (aprox. $1/3$)

$a \cdot D = k_1$: factor numérico ($4\pi^2$)

- *Deducción de la ecuación de las oscilaciones*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(m + k_0 \cdot m_0)}{D}}$$

Equipo:

1 resorte helicoidal, $0,1 \text{ N cm}^{-1}$	352 07
1 resorte helicoidal, $0,25 \text{ N cm}^{-1}$	352 08
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 mordaza doble S.....	301 09
1 eje	346 03
4 pesas	340 85
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 cronómetro.....p. ej.	313 07
1 balanza	315 23

Indicación:

Con ambos resortes helicoidales del conjunto se realizan los mismos experimentos. Por ello, se recomienda trabajar con dos grupos.

1 Primer experimento parcial

Obtención de la constante D del resorte helicoidal haciendo pender masas

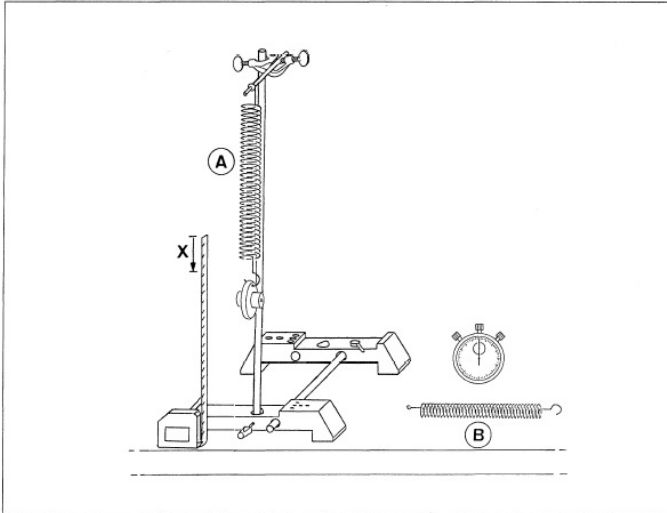


Fig. 1: Montaje del experimento para determinar la constante D del resorte y el período de oscilación T en función de la masa suspendida m .

(A): resorte helicoidal grande, "blando"
 (B): resorte helicoidal pequeño, "duro"

Montaje:

- Montaje de acuerdo a la figura 1, con el resorte helicoidal (A).

Realización:

- Colgar una por una las 4 pesas (50 g cada una). Medir en cada caso la extensión x . ▶ Tabla 1
- Reemplazar el resorte helicoidal (A) por el resorte helicoidal (B) y repetir el punto 1.2. ▶ Tabla 1

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

masa suspendida $\frac{m}{g}$	deflexión $\frac{x}{cm}$	
	(A)	(B)
0	0	0
50	5,0	1,7
100	10,0	3,5
150	15,0	5,3
200	20,0	7,0

Análisis:

- ¿Cuál es la ley que se cumple entre la fuerza F y la correspondiente extensión x del resorte helicoidal?

$$\text{Calcular } D = \frac{F}{x}$$

Resorte helicoidal (A):

$$\frac{m}{x} = \frac{10 \text{ g}}{cm}$$

$$F = m \cdot g = D \cdot x$$

$$D = \frac{m \cdot g}{x} = 10 \text{ g} \cdot cm^{-1} \cdot 981 \text{ cm} \cdot s^{-2}$$

$$D = 9810 \text{ g s}^{-2}$$

Resorte helicoidal (B):

$$\frac{m}{x} = \frac{28,6 \text{ g}}{cm}$$

$$F = m \cdot g = D \cdot x$$

$$D = \frac{m \cdot g}{x} = 28,6 \text{ g} \cdot cm^{-1} \cdot 981 \text{ cm} \cdot s^{-2}$$

$$D = 28060 \text{ g s}^{-2}$$

2 Segundo experimento parcial

Determinación del período de oscilación como función de la masa suspendida m para el resorte helicoidal (A)

Montaje:

- Montaje de acuerdo a la figura 1, con el resorte helicoidal (A).

Realización:

- Determinar la masa m_0 del resorte helicoidal (p. ej. con la balanza del profesor) ▶ Tabla 2
- Colgando una por una las masas (hasta 4), modificar la masa m y medir en cada caso el período de oscilación T como promedio de al menos 10 oscilaciones. ▶ Tabla 2

Observaciones y mediciones:

Tabla 2

masa del resorte: $m_0 = 24,5 \text{ g}$		
$\frac{m}{g}$	$\frac{T}{s}$	$\frac{T^2}{s^2}$
50	0,486	0,236
100	0,663	0,440
150	0,807	0,651
200	0,927	0,859



Análisis:

- Representar en un gráfico el período de oscilación T como función de m .
¿Qué relación existe entre T y m ? ▶ Figura 2

El período de oscilación T aumenta con la masa m suspendida. Diagrama de la figura 2.

- Confirmación de la hipótesis mediante una linealización de la curva de medición. Interpretar las intersecciones con los ejes y la pendiente a de la recta. ▶ Figura 3

Hipótesis $T \sim \sqrt{m}$

T^2 como función de la masa m suspendida del resorte helicoidal da como resultado una recta que no pasa por el origen de coordenadas. ▶ Figura 3

La recta corta el eje m para $m = -m_k = -8\text{ g}$

T^2 es proporcional a $m + m_k$. (Recta que pasa por el origen de coordenadas)

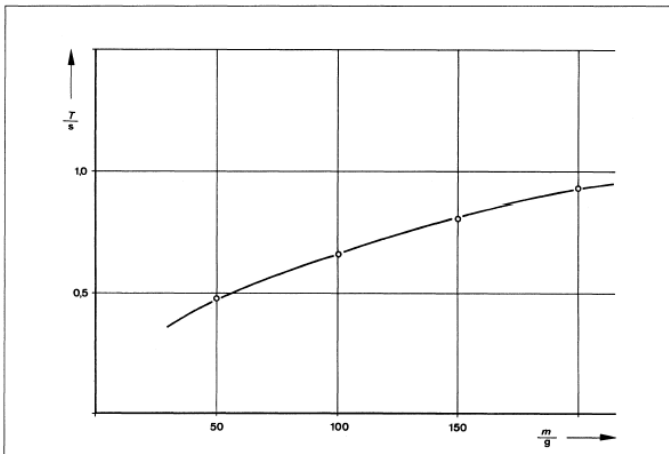


Fig. 2: Período de oscilación T del resorte helicoidal (A) como función de la masa suspendida m

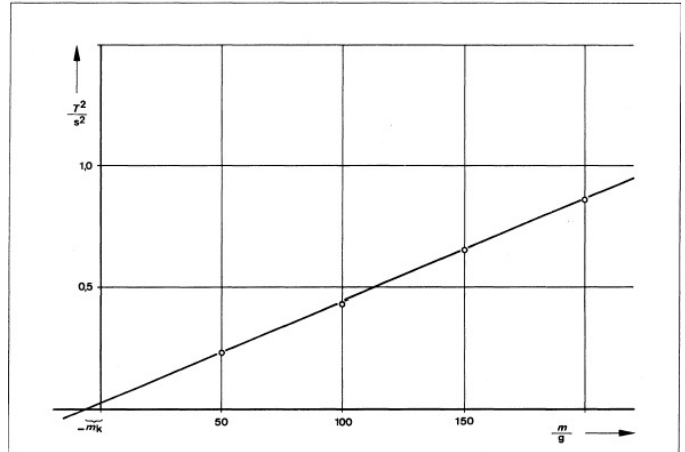


Fig. 3: Linealización de la curva de la Fig. 2

- Comparar las dimensiones de la pendiente a con las dimensiones de D .
¿Pueden relacionarse a y D de manera que resulte un número adimensional?

$$\frac{m_k}{m_0} = \frac{8\text{ g}}{24,5\text{ g}} = 0,327 \approx \frac{1}{3}$$

La masa m_0 del resorte debe tomarse como aprox. $\frac{1}{3} m_0$.

Pendiente de la recta:

$$a = \frac{0,8\text{ s}^2}{193\text{ g}} = 4,145 \cdot 10^{-3}\text{ s}^2 \cdot \text{g}^{-1}$$

La pendiente a tiene dimensiones de $\text{s}^2 \cdot \text{g}^{-1}$.

La constante del resorte D tiene dimensiones de $\text{g} \cdot \text{s}^{-2}$.

Por lo tanto, el producto $D \cdot a$ es adimensional.

- Con los datos adquiridos, hallar la fórmula de las oscilaciones.

*experimento parcial 1 $D = 9810\text{ g} \cdot \text{s}^{-2}$
experimento parcial 2 $a = 4,145 \cdot 10^{-3}\text{ s}^2 \cdot \text{g}^{-1}$
número $k_1 = D \cdot a = 40,66$
(Valor teórico: $47\pi^2 \approx 39,478$)*

De donde se deduce

$$T^2 = a \cdot (m + m_k)$$

y dado que $a = \frac{k_1}{D}$:

$$T^2 = k_1 \cdot \frac{m + m_k}{D} = 4\pi^2 \frac{m + \frac{1}{3}m_0}{D}$$



3 Tercer experimento parcial

Determinación del período de oscilación como función de la masa suspendida m para el resorte helicoidal (B)

Montaje:

- Montaje de acuerdo a la figura 1, con el resorte helicoidal (B).

Realización:

- Determinar la masa m_0 del resorte helicoidal. ▶ Tabla 3
- Colgando una por una las masas (hasta 4), modificar la masa m y medir en cada caso el período de oscilación T como promedio de al menos 10 oscilaciones. ▶ Tabla 3

Observaciones y mediciones:

Tabla 3

masa del resorte: $m_0 = 17,9 \text{ g}$		
$\frac{m}{\text{g}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{T^2}{\text{s}^2}$
50	0,293	0,0858
100	0,405	0,1640
150	0,495	0,2450
200	0,564	0,3181

Análisis:

- Representar en un gráfico T como función de m .
¿Qué relación existe entre T y m ? ▶ Figura 4

El período de oscilación T aumenta con la masa m suspendida. Diagrama de la figura 4.

- Confirmación de la hipótesis mediante una linealización de la curva de medición. Interpretar las intersecciones con los ejes y la pendiente a de la recta. ▶ Figura 5

Hipótesis $T \sim \sqrt{m}$

T^2 como función de la masa m suspendida del resorte helicoidal da como resultado una recta que no pasa por el origen de coordenadas. ▶ Figura 5

Punto de intersección de la recta con el eje m para $m_k = -6 \text{ g}$

T^2 es proporcional a $m + m_k$.

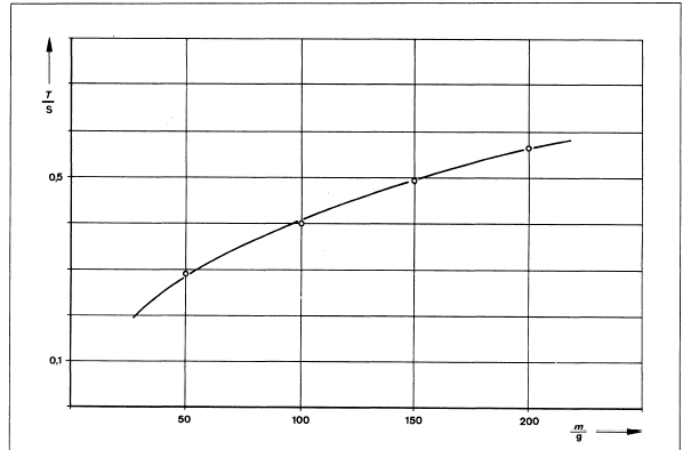


Fig. 4: Período de oscilación T del resorte helicoidal (B) como función de la masa suspendida m

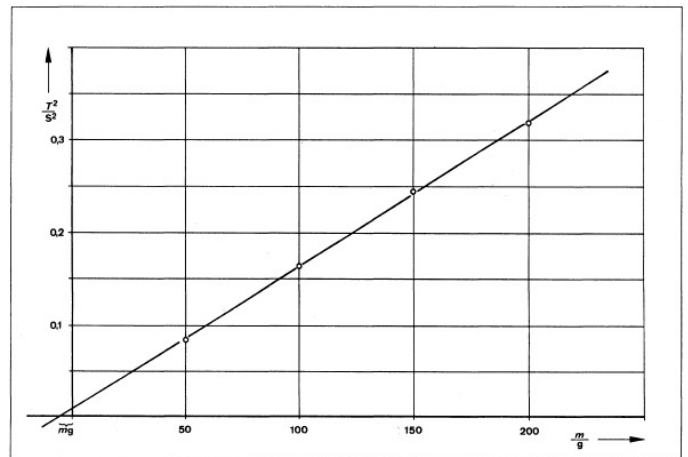


Fig. 5: Linealización de la curva de la Fig. 4

- Comparar las dimensiones de la pendiente a con las dimensiones de D .
¿Pueden relacionarse a y D de manera que resulte un número adimensional?

$$\frac{m_k}{m_0} = \frac{6 \text{ g}}{17,9 \text{ g}} = 0,335 \approx \frac{1}{3}$$

La masa m_0 del resorte debe tomarse como aprox. $\frac{1}{3} m_0$.

Pendiente de la recta:

$$a \approx \frac{0,32 \text{ s}^2}{206 \text{ g}} \approx 1,55 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2 \text{ g}^{-1}$$

La pendiente a tiene dimensiones de $\text{s}^2 \cdot \text{g}^{-1}$.

La constante del resorte D tiene dimensiones de $\text{g} \cdot \text{s}^{-2}$.

Por lo tanto, el producto $D \cdot a$ es adimensional.



- Con los datos adquiridos, hallar la fórmula de las oscilaciones.

Experimento parcial 1: $D = 28\,060\text{ g} \cdot \text{s}^{-2}$

Experimento parcial 3: $a = 1,55 \cdot 10^{-3}\text{ s}^2 \cdot \text{g}^{-1}$

número $k_1 = D \cdot a = 43,49$

(Valor teórico: $4T\pi^2 \approx 39,478$)

De donde se deduce

$T^2 = a \cdot (m + m_k)$ y como $a = \frac{k_1}{D} : T^2 = k_1 \cdot \frac{m + m_k}{D}$

Actividad adicional:

- Deducción teórica de la ecuación de las oscilaciones.

Para el resorte helicoidal vale una ley lineal de fuerza

$F = -Dx$ (ley de Hook)

F : fuerza deflectora

D : constante del resorte

$M \cdot \ddot{x} = -D \cdot x$ (I)

M : masa que interviene en el fenómeno oscilatorio

$M = m + K_0 \cdot m_0$

m = masa pendular suspendida

m_0 = masa del resorte

k_0 = valor numérico

Reemplazo para la solución de la ecuación diferencial I:

$x = x_0 \sin \omega t; \omega = \frac{2\pi}{T}$ (II)

$\ddot{x} = -\omega^2 \cdot x$ (III)

Comparando con (I) se deduce

$\frac{D}{M} = \omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{m + k_0 \cdot m_0}{D}}$ (IV)

NOTA:

El factor k_0 , que participa de la oscilación junto con la masa m_0 del resorte helicoidal, no es constante.

Este factor varía levemente según el cociente entre la masa suspendida m y la masa del resorte helicoidal m_0 .

Se tiene $k = \frac{1}{3} + f\left(\frac{m}{m_0}\right)$ (V)

y

$m_k = k_0 \cdot m_0 = \left[\frac{1}{3} + f\left(\frac{m}{m_0}\right)\right] m_0$ (VI)

$f\left(\frac{m}{m_0}\right)$ toma, para $m = 0$ (o sea, sin masa suspendida), el

valor máximo $\frac{4}{\pi^2} - \frac{1}{3} \approx 0,072$.

Con valores crecientes de $\frac{m}{m_0}$, $f\left(\frac{m}{m_0}\right)$ tiende de forma monótona a 0.



Péndulo de torsión

Actividades:

- Constatar la variación del período de oscilación T de una haltera en un cable de torsión
 - según la distancia a entre la masa de la haltera y el cable (primer experimento parcial),
 - según el valor de la masa m de la haltera (segundo experimento parcial),
 - según la longitud ℓ del cable de torsión (tercer experimento parcial).
- Determinar la fórmula de las oscilaciones para un péndulo de torsión,
- Obtener la constante de torsión D_r del cable de torsión,
- Determinar el módulo de torsión G del material del cable,
- Determinar el momento de inercia J_0 de una pesa.

Objetivos del experimento:

- *Obtención de las siguientes relaciones del período de oscilación T de una haltera en un cable de torsión:*
 - $T \sim a$ a : distancia entre la masa de la haltera y el eje del cable de torsión
 - $T^2 \sim m$ m : masa de la haltera
 - $T^2 \sim \ell$ ℓ : longitud del cable de torsión.
- *Verificación de la fórmula de las oscilaciones*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D_r}}$$

$$J = m \cdot a^2, D_r = \text{constante de torsión}$$

- *Obtención de la constante de torsión D_r en base a los diagramas,*
- *Determinación del módulo de torsión G del material del cable*

$$G = \frac{2 \ell}{\pi \cdot r_0^4} \cdot D_r \quad r_0: \text{radio del cable de torsión,}$$

- *Determinación del momento de inercia de una pesa y del radio de inercia a_0*

Equipo:

1 cable de torsión con varilla	346 02
1 bloque de soporte	301 25
1 mordaza doble S.....	301 09
1 mordaza universal	666 615
1 platillo de presión	200 65 559
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
2 bases de soporte MF	310 21
1 juego de 6 pesas, 50g c/u.....	340 85
1 cronómetro.....p. ej.	313 07
unos 15 alambres delgados..... p. ej. de	550 35
<i>Para hallar el radio del cable de torsión se recomienda:</i>	
1 calibre	311 52
(ó	311 54)



1 Primer experimento parcial

T como función de a .

Montaje:

- Montaje según figura 1
- Medición de la distancia a en base a la figura 2

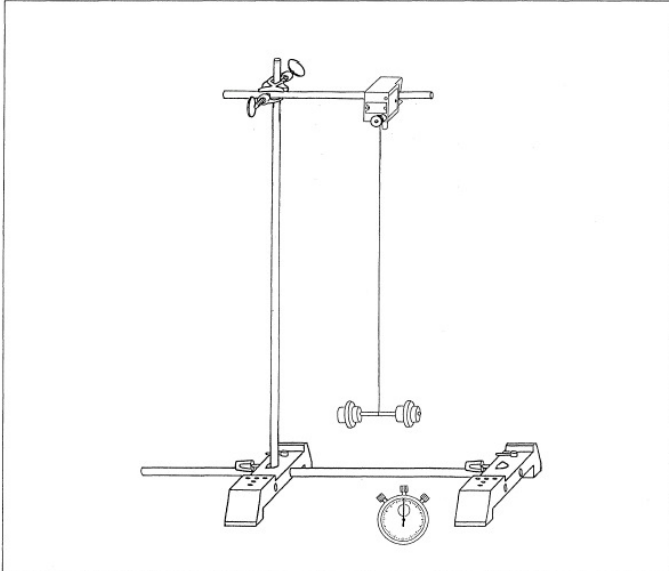


Fig. 1: Montaje del experimento del péndulo de torsión con máxima longitud ℓ_0 del cable de torsión

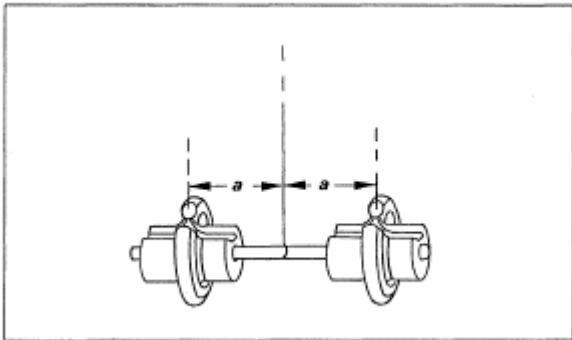


Fig. 2: Definición de la distancia a de la masa de la haltera

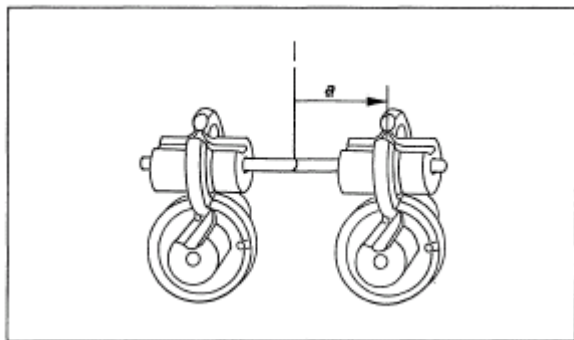


Fig. 3: Aumento de la masa de la haltera colgando pesas

Realización:

- Elegir para a unos 2,4 cm.
- Determinar el período T de oscilación por torsión como el promedio de al menos 10 oscilaciones.
 - ▶ Tabla 1
- Aumentar a en intervalos de unos 0,5 cm y medir T para cada caso. ▶ Tabla 1

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

longitud del cable de torsión $\ell_0 = 37,4$ cm	
distancia eje de rotación - centro de gravedad de la carga $\frac{a}{\text{cm}}$	período de oscilación $\frac{T}{\text{s}}$
2,4	1,41
3,0	1,75
3,5	2,04
4,0	2,32
4,5	2,56

Análisis:

- Representar en un gráfico T como función de a . ▶ Figura 4

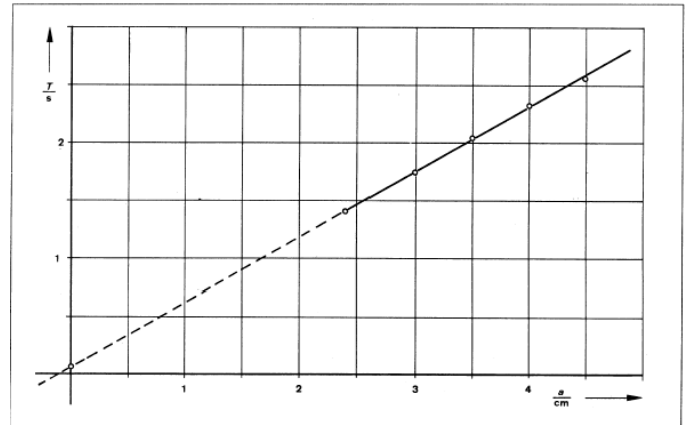


Fig. 4: Período de oscilación T del péndulo de torsión como función de la distancia a de las masas de la haltera al eje de rotación



NOTA:

T es una función del momento de inercia J de la haltera:

$$T \sim \sqrt{J}$$

Según el teorema de Steiner

$$J = J_0 + m \cdot a^2$$

J₀: momento de inercia de ambas pesas

m: masa de ambas pesas

a : distancia al centro de gravedad de la haltera

Para un a lo suficientemente grande (en el ejemplo, mayor que 2 cm) puede despreciarse J₀, o sea, considerar las pesas como masas puntuales, de modo que se obtiene: $T = \sqrt{m} \cdot a$

Para valores menores de a esto ya no es válido. Esto se ve con, por ejemplo, el valor medido para a = 1,6 cm, que brinda para T un valor muy superior (aprox. 1,08 s).

*Si se toma a = 0 (disposición según figura 7), se obtiene el período T₀ para el momento de inercia J₀ de ambas pesas.
T₀ ≈ 0,07 s*

El punto de intersección de la recta con el eje T en el diagrama T(a) (► Figura 4) no es tan sencillo de confirmar en la práctica

*La disposición según la figura 7 puede elegirse específicamente para determinar momentos de inercia.
► Experimento parcial 4.*

2 Segundo experimento parcial

T como función de m.

Montaje:

- Montaje según figura 1

Realización:

- Según la figura 3, colocar a distancia a = 3 cm las masas de péndulo m = 100 g, 200 g, 300 g, y averiguar para cada caso T como promedio de al menos 10 oscilaciones. ► Tabla 2

Observaciones y mediciones:

Tabla 2

Longitud del cable de torsión: $l_0 = 37,4$ cm

Distancia eje de rotación – centro de gravedad de la pesa: a = 3,0 cm

$\frac{m}{g}$	$\frac{T}{s}$	$\frac{T^2}{s^2}$
100	1,75	3,06
200	2,49	6,20
300	3,05	9,30

Análisis:

- Encontrar una representación gráfica que dé una línea recta ► Tabla 2, ► Figura 5

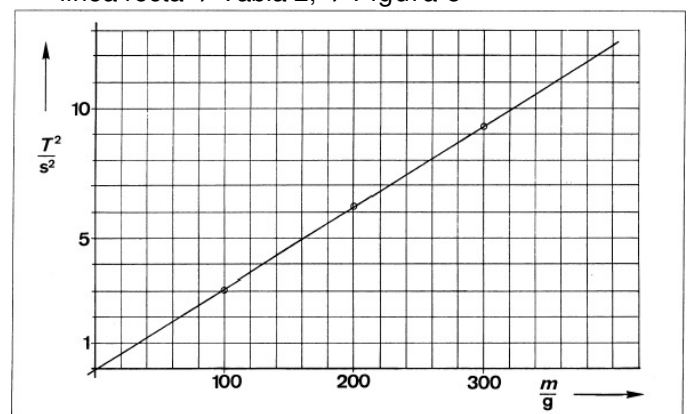


Fig. 5: Relación entre el período de oscilación T del péndulo de torsión y la masa m de la haltera T² como función de m

3 Tercer experimento parcial

T como función de ℓ .

Montaje:

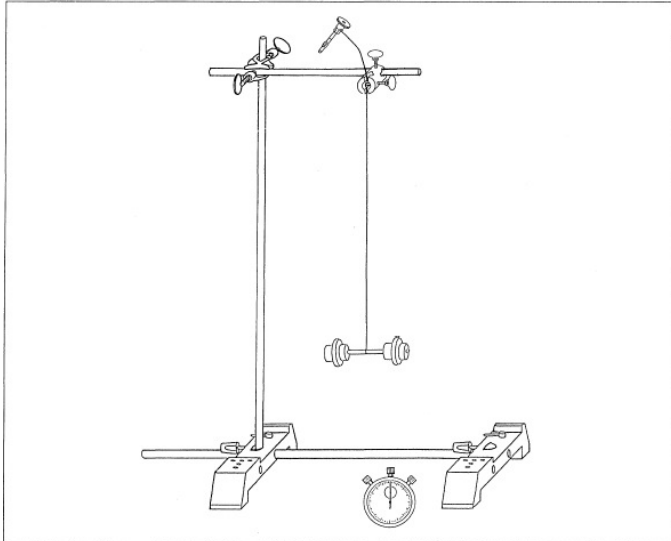


Fig. 6: Péndulo de torsión con longitud ℓ del cable de torsión modificada.

- Montaje según figura 6, Fijar el cable con el tornillo de la mordaza sobre el platillo de presión (a).

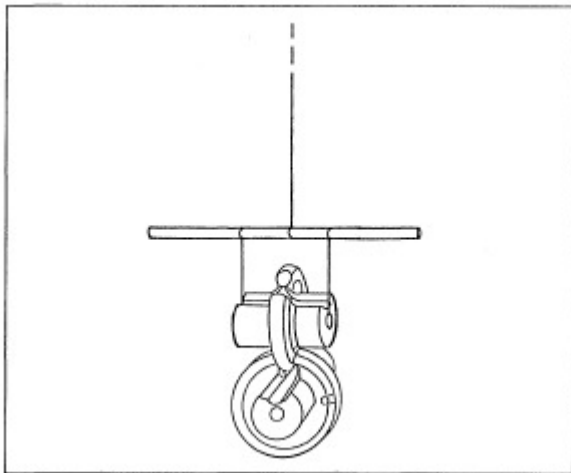


Fig. 7: Colocación de pesas en el eje de torsión

Realización:

- Ir aumentando la longitud ℓ del cable unos 10 cm en pasos de 5 cm y para caso averiguar el período de oscilación T para torsión. ▶ Tabla 3 (Medir al menos 10 oscilaciones y dar el valor promedio)
- Para medir T con máxima longitud del cable, usar el montaje mostrado en la figura 1. (Bloque de soporte en lugar de mordaza universal)

Observaciones y mediciones:

Tabla 3

ℓ cm	T s	T^2 s ²
10,6	0,96	0,92
15,1	1,15	1,32
20,0	1,31	1,72
24,8	1,46	2,13
29,1	1,58	2,50
37,4	1,79	3,20

Análisis:

- Representar en un gráfico $T(\ell)$. ▶ Figura 8

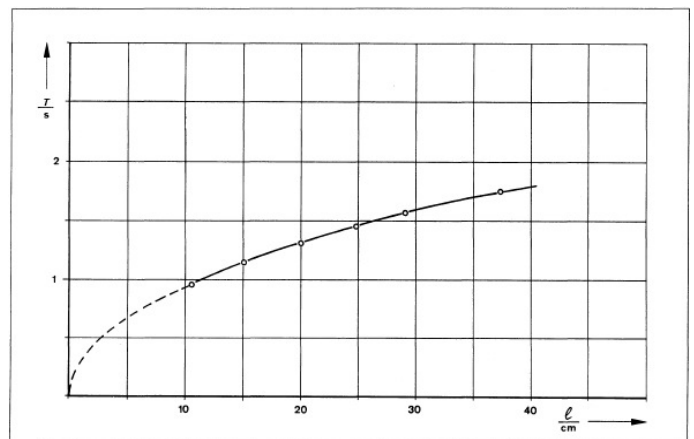


Fig. 8 Período de oscilación T del cable de torsión como función de su longitud ℓ

- Hacer una hipótesis de la función.

$$T \sim \sqrt{\ell}$$

- Elegir una representación gráfica tal que, manteniendo el eje ℓ , resulte una recta.

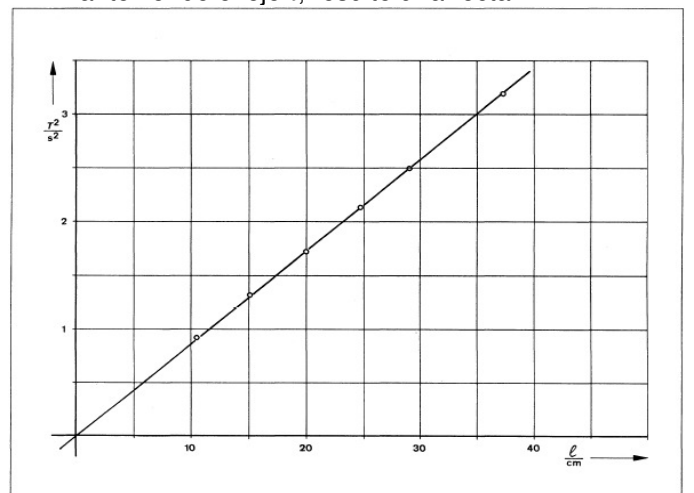


Fig. 9: Linealización de la relación entre T y ℓ : T^2 como función de ℓ



Verificación de la fórmula de un péndulo de torsión

- Resumir los resultados 1., 2. y 3. en una fórmula

Relaciones halladas experimentalmente:

Experimento 1: $T \sim a$

Experimento 2: $T^2 \sim m$

Experimento 3: $T^2 \sim \ell$

Resumen:

$$T^2 \sim m \cdot a^2 \cdot \ell$$

$$T^2 = k \cdot m \cdot a^2 \cdot \ell$$

Ecuación para la constante de proporcionalidad:

$$k = \frac{T^2}{m \cdot a^2 \cdot \ell} \quad (I)$$

Obtención de k con ayuda de la pendiente $\frac{T}{a}$
(► Diagrama de la figura 2)

Resultado del experimento 1:

$$\left(\frac{T}{a}\right)^2 = \left(\frac{2,2 \text{ s}}{3,9 \text{ cm}}\right)^2 = 0,318 \frac{\text{s}^2}{\text{cm}^2}$$

para $m = 100 \text{ g}$, $\ell = 37,4 \text{ cm}$

Si se reemplazan estos valores en (I), se obtiene:

$$k = \frac{0,318 \frac{\text{s}^2}{\text{cm}^2}}{100 \text{ g} \cdot 37,4 \text{ cm}} = 8,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^3}$$

Obtención de k con ayuda de la pendiente $\frac{T^2}{m}$
(► Diagrama de la figura 5)

Resultado del experimento 2:

$$\frac{T^2}{m} = 3,1 \cdot 10^{-2} \frac{\text{s}^2}{\text{g}}$$

para $a = 3,0 \text{ cm}$, $\ell = 37,4 \text{ cm}$

Si se reemplazan estos valores en (I), se obtiene:

$$k = \frac{3,1 \cdot 10^{-2} \frac{\text{s}^2}{\text{g}}}{9,0 \text{ cm}^2 \cdot 37,4 \text{ cm}} = 9,2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^3}$$

Obtención de k con ayuda de la pendiente $\frac{T^2}{\ell}$
(► Diagrama de la figura 9)

Resultado del experimento 3:

$$\frac{T^2}{\ell} = \frac{2,4 \text{ s}^2}{28 \text{ cm}} = 8,57 \cdot 10^{-2} \frac{\text{s}^2}{\text{cm}}$$

para $a = 3 \text{ cm}$, $m = 100 \text{ g}$

Si se reemplazan estos valores en (I), se obtiene:

$$k = \frac{8,57 \cdot 10^{-2} \frac{\text{s}^2}{\text{cm}}}{9,0 \text{ cm}^2 \cdot 100 \text{ g}} = 9,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^3}$$

Resumen:

Los experimentos 1, 2 y 3 dan para el valor medio de k

$$k = 9,1 \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^3} \quad (I)$$

Así, la ecuación de oscilaciones por torsión hallada experimentalmente tiene la forma:

$$T^2 = k \cdot m \cdot a^2 \cdot \ell \quad (II)$$

o con

$$m \cdot a^2 = J \text{ (momento de inercia)}$$

$$T = \sqrt{k \cdot J \cdot \ell} \quad (III)$$

- Deducción de la fórmula de oscilaciones en base a la ley lineal de fuerza:

Si se desvía la haltera del péndulo de torsión un ángulo α respecto de la posición de reposo, el momento retrógrado adquiere el valor

$$M = -D_r \cdot \alpha \quad D_r = \text{constante de torsión}$$

$$J \cdot \ddot{\alpha} = -D_r \cdot \alpha \quad J = \text{momento de inercia}$$

$$\ddot{\alpha} = -\frac{D_r}{J} \cdot \alpha$$

Reemplazando en

$$\alpha = \alpha_1 \sin \omega t, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\ddot{\alpha} = -\omega^2 \cdot \alpha$$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{D_r}{J}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D_r}} = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot a^2}{D_r}} \quad (IV)$$

o bien

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{m \cdot a^2}{D_r} \quad (V)$$

- Obtención de la constante de torsión D_r en base a los diagramas.

Comparando la fórmula de las oscilaciones deducida teóricamente con la obtenida experimentalmente, hallar una ecuación para la constante de torsión D_r .

¿Qué relación hay entre D_r y ℓ ?

Comparando la ecuación obtenida experimentalmente (III) con la deducida teóricamente (IV) se obtiene:

$$k \cdot \ell = \frac{4\pi^2}{D_r}; \quad k = 9,1 \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^3}$$

$$D_r = \frac{4\pi^2 \cdot \text{g} \cdot \text{cm}^3}{9,1 \cdot 10^{-5} \text{ s}^2 \cdot \ell}$$

$$D_r = 4,34 \cdot 10^5 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^3}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\ell} \quad (VI)$$

La constante de torsión D_r es inversamente proporcional a la longitud ℓ del cable de torsión.



- Determinación del módulo de torsión G del material del cable:

Para la constante de torsión D_t de un cable de longitud ℓ y radio r_0 vale la ecuación:

$$D_t = \frac{\pi \cdot r_0^4}{2 \cdot \ell} \cdot G \quad (VII)$$

o bien

$$G = \frac{2}{\pi \cdot r_0^4} \cdot \ell \cdot D_t$$

Según la ecuación (VI)

$$\ell \cdot D_t = 4,34 \cdot 10^6 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^3}{\text{s}^2}$$

Valor medido:

$$r_0 = 0,02 \text{ cm}$$

Reemplazando en la ecuación (VII) se obtiene:

$$G = 17,3 \cdot 10^{12} \frac{\text{g}}{\text{s}^2 \cdot \text{cm}} \approx 17 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

(Valor de tablas para el acero: $G = 21,6 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.)

NOTA:

r_0 está elevado a la cuarta potencia en el denominador; pequeños desvíos del valor correcto de r_0 causan un error relativo cuádruple en el módulo de torsión G calculado.

4 Cuarto experimento parcial

Determinación del momento de inercia J_0 de una pesa y del radio de inercia a_0

Montaje:

- Montaje según muestra la figura 1. Elegir una longitud máxima del cable de torsión siguiendo la figura 7.

Realización:

- Colgar 6 pesas una junto a la otra y medir el período de oscilación en torsión T_0 .

$$T_0 = 1,08 \text{ s}$$

Análisis:

- Con ayuda de la relación hallada (en 3.7) entre T y J , calcular el momento de inercia $J = 6 J_0$. Hallar la relación entre J_0 y el radio de inercia a_0 y calcular a_0 :

Longitud del cable de torsión:

$$\ell_0 = 37,4 \text{ cm}$$

La ecuación de las oscilaciones hallada experimentalmente (en 4) es:

$$T^2 = 9,0 \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^3} \cdot J \cdot \ell$$

Si se reemplaza ℓ_0 por ℓ , se obtiene:

$$T^2 = 3,37 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}^2}{\text{g} \cdot \text{cm}^2} \cdot J$$

o bien

$$J = 297 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^2} \cdot T^2$$

$$J = 6 J_0$$

Valor medido:

$$T_0 = 1,08 \text{ s}$$

$$J_0 = \frac{1}{6} \cdot 297 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^2} \cdot (1,08 \text{ s})^2 = 57,74 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Cálculo del radio de inercia:

$$J_0 = m_0 \cdot a_0^2$$

$$a_0 = \sqrt{\frac{J_0}{m_0}}$$

$$= \sqrt{\frac{57,74 \text{ g} \cdot \text{cm}^2}{50 \text{ g}}} = 1,075 \text{ cm}$$

NOTA:

Acerca de la actividad 3.10:

El módulo de torsión G es una constante del material que equivale al módulo de elasticidad E . La constante del material que determina el comportamiento elástico del cable de torsión es también un parámetro del comportamiento elástico del resorte de lámina de acero. El valor de E averiguado con ayuda del resorte de lámina coincide bastante bien con el hallado aquí.

► Experimento 05, punto 2.9



Péndulo de resorte de lámina

Actividades:

- Averiguar el período de oscilación T de un resorte de lámina oscilante en función de su longitud ℓ .
- Pronosticar la frecuencia de un resorte de lámina corto oscilante en base a su longitud. Verificar acústicamente.
- Averiguar el período de oscilación T de un péndulo de resorte de lámina en función de
 - a) la longitud del resorte de lámina ℓ y
 - b) la masa del péndulo m .
- Hallar una ecuación de las oscilaciones para el péndulo de resorte de lámina.
- Determinar el módulo de elasticidad E del material del resorte de lámina.

Objetivos del experimento:

- *Período de oscilación de un resorte de lámina como función de su longitud $T \sim \ell^2$.
Determinación gráfica de la constante de proporcionalidad.*
- *Relación entre la altura del sonido de un resorte de lámina corto oscilante y su longitud.*
- *Período de oscilación T de un péndulo de resorte de lámina como función de su longitud ℓ y su masa pendular m .*
- *Determinación del módulo de elasticidad E del péndulo de resorte de lámina.*

Equipo:

1 resorte de lámina, $\ell = 435$ mm	352 051
1 platillo de presión	200 65 559
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 par de pesasde	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
1 mordaza doble S.....	301 09
1 mordaza universal	666 615
1 cronómetro.....p. ej.	313 07
<i>Equipo de demostración:</i>	
1 diapasón, 440 Hz.....p. ej.	414 41



1 Primer experimento parcial

Montaje:

- ▶ Figura 1:
- Medir la longitud del resorte de lámina $\ell = 40$ cm con la cinta métrica y encajarlo en el platillo de presión

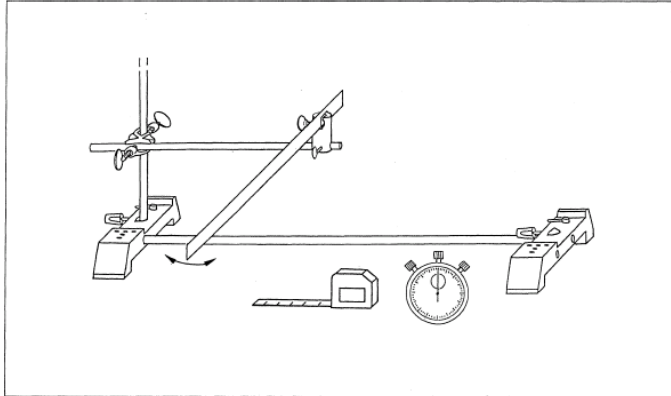


Fig. 1: Montaje del experimento para averiguar la frecuencia de un resorte de lámina oscilante en función de su longitud

Realización:

- Hacer oscilar el resorte de lámina.
- Medir el período de oscilación T (como promedio de al menos 10 oscilaciones) con el cronómetro y anotar ▶ Tabla 1.
- Repetir la medición para $\ell = 39, 38, 37... 30$ cm ▶ Tabla 1.

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

Datos del resorte de lámina:			
longitud	ℓ_0	=	43,5 cm
masa	m_0	=	33,2 g
ancho	b	=	2,5 cm
espesor: $h = 0,04$ cm			
ℓ cm	T s	ℓ^2 cm ²	
40	0,506	1600	
39	0,473	1521	
38	0,456	1444	
37	0,431	1369	
36	0,404	1269	
35	0,382	1225	
34	0,362	1156	
33	0,345	1089	
32	0,325	1024	
31	0,302	961	
30	0,283	900	

Análisis:

- Representar en un gráfico T en función de ℓ^2 .
▶ Figura 2

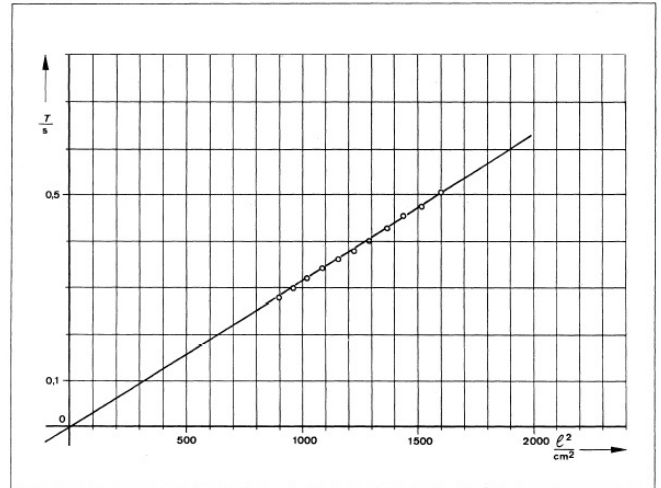


Fig. 2: Período de oscilación del resorte de lámina como función de ℓ^2 (ℓ : longitud del resorte de lámina)

NOTA:

El gráfico de T (ℓ^2) muestra una recta que pasa por el centro de coordenadas.

Constante de proporcionalidad:

$$\frac{T}{\ell^2} = \frac{0,6 \text{ s}}{1900 \text{ cm}^2} = 3,15 \cdot 10^{-4} \frac{\text{S}}{\text{cm}^2} = \frac{1}{f \cdot \ell^2}$$

De donde se deduce la expresión de la frecuencia

$$f = \frac{3175 \text{ Hz cm}^2}{\ell^2}$$

2 Segundo experimento parcial

Montaje:

► Figura 3

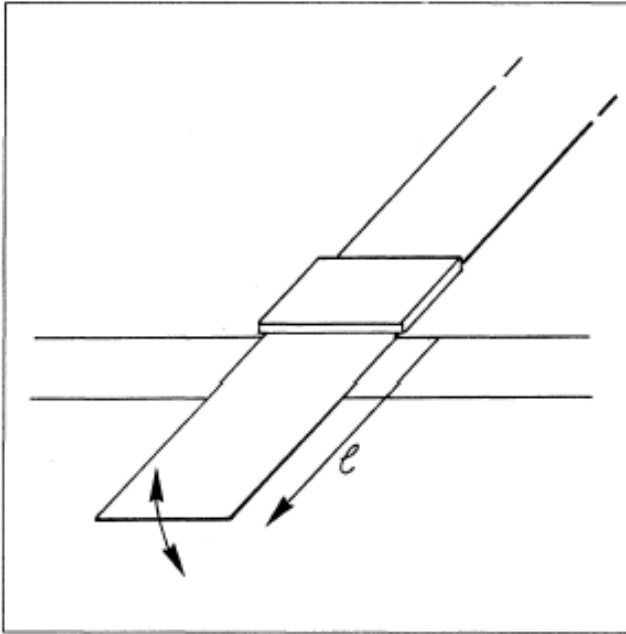


Fig. 3: Implementación del experimento para verificar la frecuencia de un resorte de lámina que oscila en el rango de frecuencias audibles.
Tanteo de diversas longitudes ℓ con ayuda del platillo de presión contra el canto de una mesa

Realización:

- Mantener presionada la lengua del resorte de lámina con el platillo de presión y hacer oscilar según muestra la figura 1. Longitud inicial: aprox. 14 cm. Ir reduciendo la longitud ℓ .

Observación ► Punto 2.2

Análisis:

- ¿Con qué longitud ℓ del resorte de lámina se obtiene $f=440$ Hz según la relación hallada en 1.6?
¿Cómo puede verificarse si el cálculo coincide con la realidad?

El producto de la frecuencia f por el cuadrado de la longitud ℓ de un resorte de lámina permanece constante.

Para longitudes reducidas (inferiores a 14 cm) se escucha un tono.

La altura del tono aumenta al disminuirse la longitud del resorte de lámina ℓ

Para la frecuencia $f = 440$ Hz (tono de cámara a), la ecuación hallada da un valor de longitud para el resorte de lámina de $\ell = 2,69$ cm.

Prueba: Afinar el resorte de lámina en 440 Hz con ayuda de un diapason (440 Hz) y comparar las longitudes tanteadas con la calculada.

La aceptable coincidencia justifica luego la extrapolación efectuada en el diagrama de la figura 5.



3 Tercer experimento parcial

Montaje:

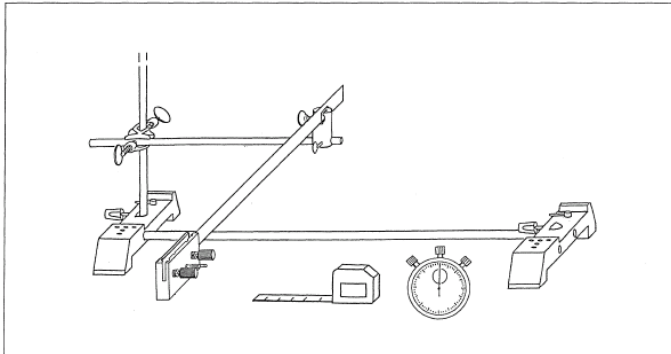


Fig. 4: Disposición del experimento para medir el período de oscilación de un péndulo de resorte de lámina
Parámetros: longitud ℓ del resorte de lámina; masa m del péndulo, compuesta por el bloque con abrazaderas y las pesas de quita y pon

- Según diagrama de la figura 4.
- Elegir una longitud del resorte de lámina (según figura 5) $\ell = 6$ cm.
- Hacer oscilar el resorte de lámina
Averiguar con el cronómetro el período de oscilación T como promedio de al menos 10 oscilaciones
▶ Tabla 2.
- Medir T para las longitudes $\ell = 8, 10, 12 \dots 22$ cm.
- Aumentar la masa del péndulo a $m = 104$ g colocando una pesa en el bloque con abrazaderas.
Repetir el experimento con esta masa del péndulo
▶ Tabla 2.
- Aumentar la masa del péndulo a $m = 154$ g colocando una segunda pesa.
Repetir el experimento con esta masa del péndulo
▶ Tabla 2.

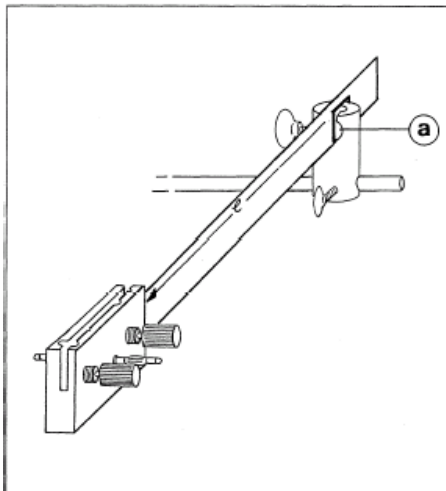


Fig. 5: Bosquejo complementario a la Fig. 3 para la definición de la longitud ℓ del resorte de lámina en el péndulo de resorte de lámina, (a): platillo de presión

Observaciones y mediciones:

Tabla 2: Ejemplo de medición

	$\frac{\ell}{\text{cm}}$								
	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$\frac{\ell^2}{\text{cm}^2}$	36	64	100	144	196	256	324	400	484
$\frac{T}{\text{s}}$ ($m = 54$ g)	-	-	0,30	0,36	0,42	0,50	0,59	0,68	0,78
$\frac{T}{\text{s}}$ ($m = 104$ g)	-	0,32	0,40	0,50	0,61	0,72	0,84	1,00	1,18
$\frac{T}{\text{s}}$ ($m = 154$ g)	0,30	0,39	0,50	0,60	0,75	0,90	1,10	1,34	-

Análisis:

- Representar gráficamente T como función de ℓ^2 con m como parámetro.
Representar gráficamente las pendientes de las rectas como función de la masa m del péndulo. ▶ Figura 6

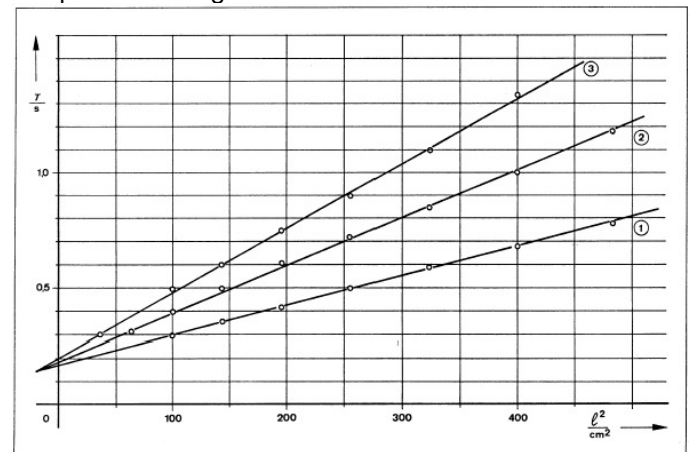


Fig. 6: Período de oscilación T para péndulos de resorte de lámina como función de ℓ^2 (ℓ : longitud del resorte de lámina) para diferentes masas de péndulo
(1) masa de péndulo $m = 54$ g (2) masa de péndulo $m = 104$ g (3) masa de péndulo $m = 154$ g

- Con ayuda de las mediciones obtener una ecuación para el período de oscilación T del péndulo de resorte de lámina con ℓ y m como variables dependientes.

Para cada masa m del péndulo resulta una recta $T(\ell^2)$ cuya pendiente aumenta junto con m .

▶ Diagrama: Figura 2

Recta (0): masa adicional $m = 0$ g; pendiente
 $k = 0,315 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}}{\text{cm}^2}$

▶ Diagrama: Figura 6



Recta (1): masa adicional $m = 54 \text{ g}$; pendiente
 $k = 1,277 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}}{\text{cm}^2}$

Recta (2): masa adicional $m = 104 \text{ g}$; pendiente
 $k = 2,065 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}}{\text{cm}^2}$

Recta (3): masa adicional $m = 154 \text{ g}$; pendiente
 $k = 2,790 \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}}{\text{cm}^2}$

$k(m)$ ($\frac{T}{\ell^2}$ como función de la masa m) da gráficamente también una recta. ▶ Figura 7

Pendiente de la recta en la figura 7:

$$k(m) = \frac{3,25 \cdot 10^{-3} \text{s cm}^{-2}}{200 \text{ g}} = 16,25 \cdot 10^{-6} \frac{\text{s}}{\text{g cm}^2}$$

La recta corta el eje m en -20 g .

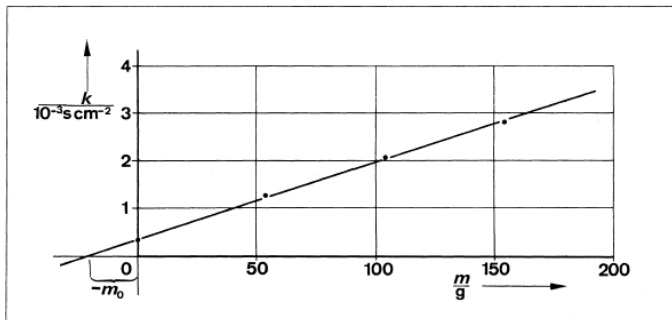


Fig. 7: Las pendientes $k = \frac{T}{\ell^2}$ (▶ Figuras 5/6) como función de la masa m del péndulo

NOTA:

La deducción matemática de la ecuación de las oscilaciones para el péndulo de resorte de lámina conduce, a través de una ecuación diferencial de 4º orden, a una solución en forma de función trascendente.

- Con ayuda de los siguientes datos, hallar una ecuación para el módulo de elasticidad E del material del resorte de lámina (acero). Ecuación para la constante D de una varilla de sección rectangular

$$D = \frac{F}{x} = \frac{E}{4} \cdot b \cdot \frac{h^3}{\ell^3}$$

ℓ : longitud del resorte de lámina

b : ancho del resorte de lámina

h : espesor del resorte de lámina

F : fuerza deflectora en el extremo del resorte de lámina

x : deflexión del extremo del resorte de lámina respecto de su posición de reposo

Otros datos que se suponen conocidos:

$$\rho_s = 7,86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$k_0 = 0,2427 \dots$$

(factor con el que la masa m del resorte de lámina influye en la oscilación si se supone éste con masa nula y la masa del péndulo colocada en su extremo)

Fórmula para E

Dado que, en caso de apartar el resorte de lámina de su posición de reposo, vale la función lineal de la fuerza, para oscilaciones armónicas vale ecuación de las oscilaciones:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{k_0 \cdot m}{D}} ; m = \rho_s \cdot \ell \cdot b \cdot h$$

$$D = \frac{E}{4} \cdot b \cdot \frac{h^3}{\ell^3}$$

De allí se deduce para el período de oscilación del resorte de lámina

$$T = \frac{4\pi}{h} \cdot \ell^2 \sqrt{\frac{k_0 \cdot \rho_s}{E}}$$

y para el módulo de elasticidad

$$E = \frac{16 \pi^2 \cdot k_0 \cdot \rho_s}{h^2 \cdot \left(\frac{T}{\ell^2}\right)^2}$$

- Determinar E con ayuda del resultado del experimento parcial 1.

Medir para ello ℓ y b ; considerar $h = 0,04 \text{ cm}$. Verificar con un calibre. Para ello, emplear todos los resortes de lámina disponibles y sacar un valor medio.

Otra posibilidad:

Determinar la masa m_0 de todos los resortes de lámina con una balanza. ¿Qué relación hay entre h , b , ℓ , ρ_s y m_0 ?

$$\frac{T}{\ell^2} = 3,15 \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}}{\text{cm}^2} \text{ (pendiente de la recta en el diagrama de la figura 2)}$$

$$E = \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot 0,2427 \cdot 7,64 \text{ g cm}^{-3}}{(0,04 \text{ cm})^2 \cdot 3,15 \cdot 10^{-4} \text{ s cm}^{-2}} = 2,07 \cdot 10^{12} \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{s}^2 \cdot \text{cm}^2}$$

$$E = 20,7 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ (Valor de tablas para el acero: } 21,6 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{)}$$

para el espesor del resorte de lámina vale

$$\rho = \frac{m_0}{\ell_0 \cdot b \cdot h}$$



Mediciones: $m_0 = 33,2 \text{ g}$ (masa total)
 $\ell_0 = 43,5 \text{ cm}$ (longitud total)
 $b = 2,50 \text{ cm}$
 $h = 0,04 \text{ cm}$

De donde se deduce

$$\rho = 7,64 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ (Valor de tablas para el acero: } 7,86 \text{ g cm}^{-3}\text{)}$$

De las magnitudes medidas, h es la que tiene el máximo error relativo. Si se supone conocido el espesor del acero, h puede determinarse de manera más exacta con un calibre:

$$h = \frac{38,6 \text{ g}}{50,5 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ cm} \cdot 7,86 \text{ g cm}^{-3}} = 0,039 \text{ cm}$$

NOTA:

Acerca de la fórmula de oscilación para el resorte de lámina:

En general, en los libros de enseñanza se encuentra, para la frecuencia del resorte de lámina oscilante, la expresión $f_0 = \frac{s_0^2 \cdot h}{4\pi \cdot \ell^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho_s}}$ con $s_0 = 1,875$, o para el período de oscilación

$$T = 4\pi \frac{\ell^2}{h} \sqrt{\frac{3\rho_s}{E \cdot s_0^4}}$$

Comparando con la correspondiente expresión de 2.9 se obtiene

$$k_0 = \frac{3}{s_0^4}$$

Acerca de la disposición de los resortes de lámina:

En la disposición experimental empleada, la gravedad no influye en el período de oscilación.

Para averiguar la constante del material E (módulo de elasticidad del acero):

La misma constante del material E que determina el comportamiento elástico del resorte de lámina juega un papel en la torsión, si el material es el mismo.

Los resortes de lámina y el cable de torsión del juego son de acero.

El valor de E averiguado con ayuda del péndulo de torsión coincide bastante bien con el hallado aquí.

► Experimento 04



Amortiguamiento de las oscilaciones por rozamiento

Análisis de las oscilaciones registradas en un péndulo de resorte de lámina

Actividades:

- Trazar las curvas de oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina variando los siguientes parámetros:
 - la masa adicional m ,
 - la longitud ℓ , del resorte
 - el soporte de escritura.
- Confirmar la expresión

$$\Delta a = \frac{4}{D} F_R$$

Δa : disminución de la amplitud por cada oscilación

D : constante del resorte

F_R : fuerza de rozamiento

- Averiguar la fuerza de rozamiento F_R entre la fibra del marcador y el folio plástico. Comparar con el valor para papel como soporte de escritura.
- Deducción de la expresión 2.

Objetivos del experimento:

- En base a los diagramas trazados, registrar la amplitud cada vez menor con que oscila un péndulo de resorte de lámina debido al rozamiento entre el marcador y el soporte de escritura
Reconocer que la disminución de amplitud por oscilación Δa
 - no es dependiente de la masa m del péndulo**, o sea, de la velocidad de escritura, o sea, del período de oscilación, pero sí lo sea quizás
 - de la longitud ℓ** , o sea, de la constante del resorte D y
 - de la naturaleza del soporte de escritura**, o sea, de la fuerza de rozamiento F_R
- Confirmar la fórmula de la **disminución de amplitud por oscilación**:

$$\Delta a = \frac{4}{D} F_R$$

D : constante del resorte

F_R : fuerza de rozamiento

Verificar también que F_R es constante si el soporte de escritura es el mismo.

- Hallar la fuerza de rozamiento F_R entre la fibra del marcador y el soporte de escritura para, al menos, dos soportes de escritura distintos (p. ej., papel, folio plástico).
- Deducir la expresión de la disminución de la amplitud por oscilación.

Equipo:

1 resorte de lámina, $\ell = 435$ mm	352 051
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 par de pesasde	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
1 mordaza doble S	301 09
1 mordaza universal	666 615
1 platillo de presión	200 65 559
1 dinamómetro de tensión y compresión, 1,5 N	314 01
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 cuerda, longitud aprox. 15 cmde	200 70 322
1 fibra de fieltro, \varnothing máximo: 6,5 mm	
1 regla	
1 folio plástico	



Montaje:

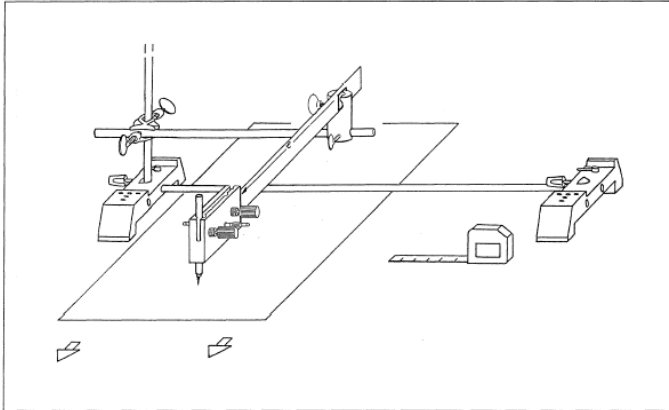


Fig. 1: Montaje: Péndulo de resorte de lámina, registro de oscilaciones con fibra de marcador

- ▶ Figura 1:
- Regular la longitud ℓ del resorte de lámina con la cinta métrica en el valor $\ell = 15$ cm como muestra la figura 2.
- ⚠ Alinear con cuidado el platillo de presión (a) Soporte de escritura: hoja de papel.

Realización:

- Desviar lateralmente el extremo del resorte de lámina unos 6 cm y jalar de la hoja de papel con velocidad uniforme de aproximadamente $1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ en la dirección que marca la flecha.

Resultado: Curva 1.

- Colocar 2 pesas en el bloque con abrazaderas. Poner una hoja nueva y repetir el experimento.

Resultado: Curva 2.

- En base a la figura 2

$$\text{hallar } D_1 = \frac{F_1}{s_1} \text{ (p. ej., elegir } F_1 = 0,4 \text{ N) } \blacktriangleright \text{ Tabla}$$

La dirección de la fuerza debe ser paralela a la varilla de soporte pequeña.

$$D_1 = \frac{F_1}{s_1} = \frac{0,4 \text{ N}}{5,0 \text{ cm}} = 0,08 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \blacktriangleright \text{ Tabla}$$

- Extraer las pesas. Aumentar la longitud del resorte de lámina:

$\ell = 20$ cm.

Trazar la curva de oscilaciones como se hizo antes.

Resultado: Curva 3.

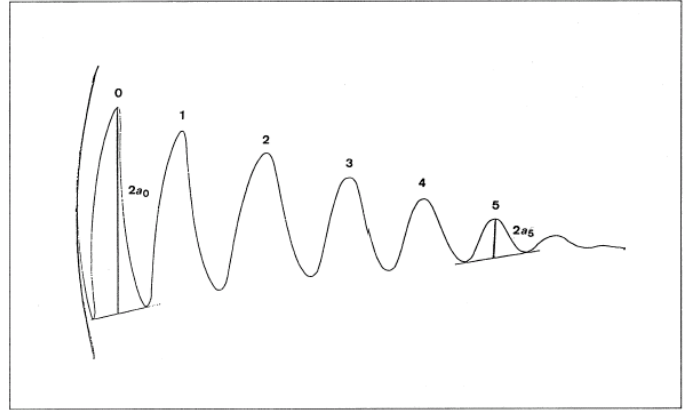


Fig. 1.1: Curva 1: Curva de oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina con rozamiento entre un marcador y el papel.
Longitud del péndulo $\ell = 15$ cm,
Masa del péndulo $m = 54$ g

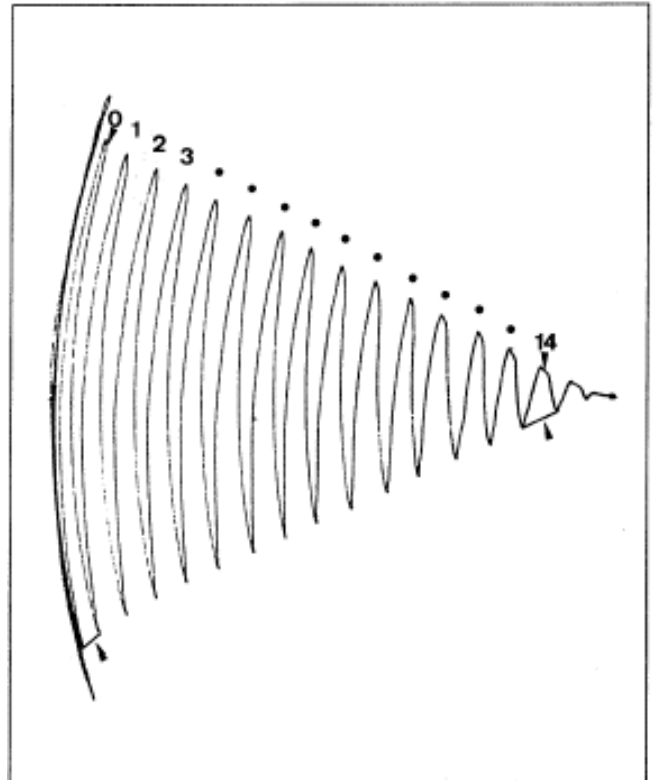


Fig. 1.2: Curva 2: Curva de oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina con rozamiento entre un marcador y el papel.
Longitud del péndulo $\ell = 15$ cm,
Masa del péndulo $m = 154$ g

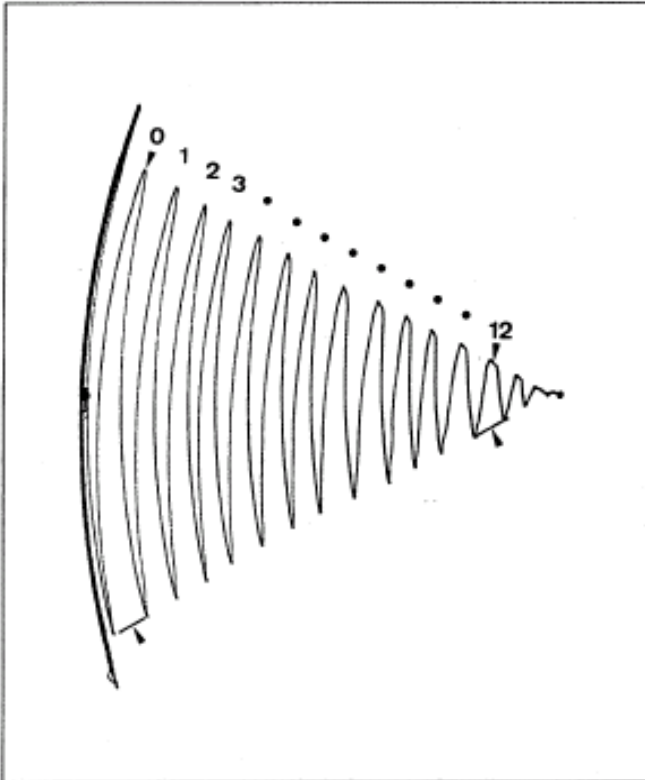


Fig. 1.3: Curva 3: Curva de oscilaciones de un péndulo d resorte de lámina con rozamiento entre un marcador y el papel.
Longitud del péndulo $\ell = 20$ cm,
Masa del péndulo $m = 54$ g

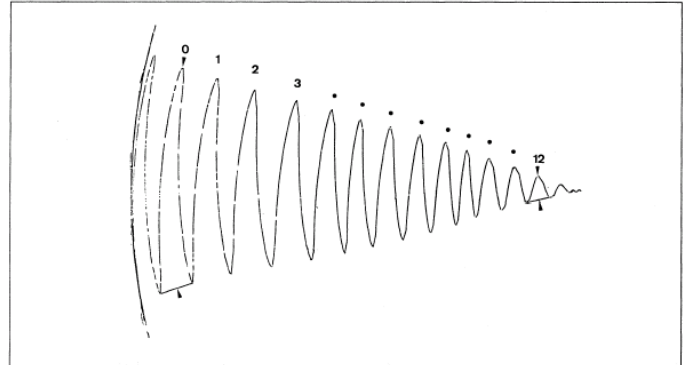


Fig. 2.1: Curva 4: Curva de oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina con rozamiento entre un marcador y un folio plástico.
Longitud del péndulo $\ell = 20$ cm,
Masa del péndulo $m = 54$ g

Observaciones y mediciones:

Tabla: Δa = disminución de la amplitud por cada oscilación

curva N°	1	2	3	4
longitud del péndulo $\frac{\ell}{\text{cm}}$	15	15	20	20
constante del resorte $\frac{D}{\text{mN} \cdot \text{cm}^{-1}}$	0,08	0,08	0,04	0,04
masa del péndulo $\frac{m}{\text{g}}$	54	154	54	54
soporte de escritura	papel	papel	papel	folio plástico
$\frac{\Delta a}{\text{cm}}$	0,30	0,30	0,61	0,30

- Hallar la constante del resorte $D_2 = \frac{F_2}{s_2}$ (▶ Figura 2)

(p. ej., elegir $F_2 = 0,2$ N)

▶ Tabla

$$D_2 = \frac{F_2}{s_2} = \frac{0,2 \text{ N}}{5,0 \text{ cm}} = 0,04 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \quad \text{▶ Tabla}$$

- Sin cambiar el montaje del experimento ($\ell = 20$ cm), trazar la curva de oscilaciones sobre el folio plástico.

Resultado: Curva 4

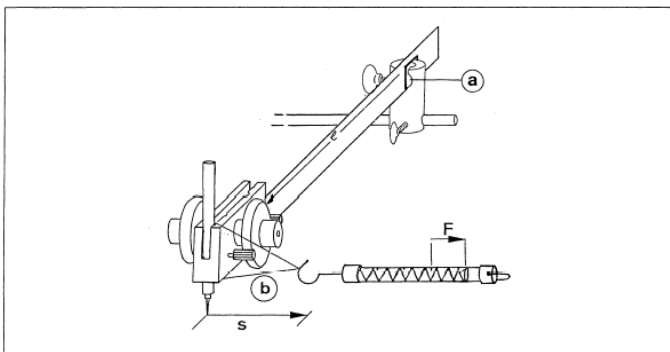


Fig. 2: Deflexión del resorte de lámina con un dinamómetro
(a) platillo de presión (b) hilo de pesca, ℓ : longitud del resorte de lámina



Análisis:

- Confirmar la expresión

$$\Delta a = \frac{4}{D} \cdot F_R$$

En tanto la expresión se corresponda con las curvas trazadas, Δa en la curva 1 debería ser equivalente a Δa en la curva 2. ¿Por qué?

La expresión $\Delta a = \frac{4}{D} \cdot F_R$ no contiene la masa m del péndulo explícita ni implícitamente:

D y F_R son independientes de m .

Por lo tanto, Δa no puede variar con sólo variar la masa m del péndulo.

Sugerencia para el análisis:

La doble amplitud inicial $2a_0$ y la doble amplitud $2a_n$ después de n oscilaciones se extraen, de acuerdo a la figura 3 (aquí $n = 5$), del diagrama correspondiente. ¿Cómo puede calcularse la diferencia de amplitudes Δa de dos oscilaciones contiguas?

- Escribir la fórmula para Δa que contiene a_0 , a_n y n .

$$\Delta a = \frac{(2a_0 - 2a_n)}{2n}$$

- Hallar Δa en base a las curvas 1, 2, 3, 4. Ingresar valores ▶ Tabla

Curva 1:

$$\Delta a = \frac{2a_0 - 2a_{14}}{2 \cdot 14} = \frac{9,3 \text{ cm} - 1,0 \text{ cm}}{28} = 0,296 \text{ cm}$$

Resultado: $\Delta a = 0,30 \text{ cm}$

Curva 2:

$$\Delta a = \frac{2a_0 - 2a_{12}}{2 \cdot 12} = \frac{8,6 \text{ cm} - 1,3 \text{ cm}}{24} = 0,304 \text{ cm}$$

Resultado: $\Delta a = 0,30 \text{ cm}$

A pesar de que ambas curvas, debido a las masas de péndulo distintas, se escribieron con distintas velocidades, la disminución de la amplitud por cada oscilación es la misma.

Puesto que la disminución de amplitud es una consecuencia del rozamiento, se concluye que: El rozamiento (aquí entre fibra del marcador y soporte de escritura) es independiente de la velocidad.

NOTA:

No es necesario medir la exacta duración de las oscilaciones.

Aquí se dan sus valores sólo a fin de que el profesor se oriente:

curvas 1; 3; 4: $T = 0,44 \text{ s}$

curva 2: $T = 0,74 \text{ s}$

curva 3:

$$\Delta a = \frac{2a_0 - 2a_5}{2 \cdot 5} = \frac{7,5 \text{ cm} - 1,4 \text{ cm}}{10}$$

Resultado: $\Delta a = 0,61 \text{ cm}$

El resultado del experimento confirma el valor extraído por cálculo.

La coincidencia entra ambos es muy satisfactoria.

curva 4:

$$\Delta a = \frac{2a_0 - 2a_{12}}{2 \cdot 12} = \frac{8,0 \text{ cm} - 0,9 \text{ cm}}{24} = 0,296 \text{ cm}$$

Resultado: $\Delta a = 0,30 \text{ cm}$

- 12 Con el valor medio para Δa de las curvas 1 y 2 y el valor en común D_1 , calcular la fuerza de rozamiento F_R para el papel.

$$F_{R(\text{papel})} = \frac{D_1}{4} \cdot \Delta a = \frac{0,08 \text{ N cm}^{-1}}{4} \cdot 0,30 \text{ cm} = 0,0060 \text{ N}$$

Resultado: $F_{R(\text{papel})} = 6,0 \text{ mN}$

NOTA:

El segundo cero en $0,30 \text{ cm}$ es una cifra significativa, por lo que no puede omitirse.

- Con ayuda del valor de $F_{R(\text{papel})}$ calculado y de la constante del resorte D_2 medida, calcular Δa de la curva 3.

¿Es buena la coincidencia del valor con el resultado experimental que brinda la curva 3 (▶ Tabla)?

$$\Delta a = \frac{4}{D_2} \cdot F_{R(\text{papel})} = \frac{4}{0,04 \text{ N} \cdot \text{cm}^{-1}} \cdot 6,0 \text{ mN} = 0,60 \text{ cm}$$

Resultado: $\Delta a = 0,60 \text{ cm}$

- Con ayuda del valor D_2 y de Δa de la curva 4, calcular la fuerza de rozamiento F_R (folio plástico).

¿Cuánto vale el cociente $\frac{F_R(\text{folio})}{F_R(\text{papel})}$?

$$F_{R(\text{folio})} = \frac{D_2}{4} \Delta a = \frac{0,04 \text{ N cm}^{-1}}{4} \cdot 0,30 \text{ cm} = 3,0 \text{ mN}$$

Resultado: $F_{R(\text{folio})} = 3,0 \text{ mN}$

$$\frac{F_{R(\text{Folio})}}{F_{R(\text{Papel})}} = \frac{3,0 \text{ mN}}{6,0 \text{ mN}} = 0,5$$

Resultado:

Empleando un folio plástico en lugar de papel puede reducirse a la mitad el rozamiento de la fibra de fieltro.



- Deducción de la expresión

$$\Delta a = \frac{4}{D} F_R$$

La relación se obtiene fácilmente del balance de energía.

Requisitos:

- Validez de una ley lineal de fuerzas
- Constancia de la fuerza de rozamiento (que no sea función de la velocidad)

Para la fuerza retrógrada del resorte de lámina vale una ley lineal de fuerzas:

$$F = D \cdot a \quad (I)$$

D: constante del resorte
a: deflexión

Para una deflexión a_0 el resorte almacena una energía

$$W_0 = \frac{1}{2} D a_0^2 \quad (II)$$

El resorte de lámina posee esta energía también en el punto de retorno para una amplitud a_0 .

Después de una oscilación, la amplitud pasa a valer a_1 .

Por lo tanto, la pérdida de energía durante esta oscilación es

$$W_0 - W_1 = \frac{1}{2} D (a_0^2 - a_1^2) = \frac{1}{2} D (a_0 + a_1) (a_0 - a_1) \quad (III)$$

Si se considera que se pierde esta energía debido a la fuerza mecánica de rozamiento F_R , el balance de energía resulta:

$$\frac{1}{2} D (a_0 - a_1) (a_0 + a_1) = F_R \cdot 2(a_0 + a_1) \quad (IV)$$

$a_0 - a_1 = \Delta a$ es la disminución de amplitud por cada oscilación, que es constante si F_R es también constante.

$2(a_0 + a_1)$ es el tramo en que, durante una oscilación, se realiza trabajo de rozamiento —siempre contra la fuerza retrógrada del resorte—.

Dividiendo la ecuación (IV) miembro a miembro por $2(a_0 + a_1)$ se obtiene:

$$F_R = \frac{D}{4} \cdot \Delta a \quad (V)$$

o bien

$$\Delta a = \frac{4}{D} F_R \quad (VI)$$

NOTA:

Las oscilaciones del péndulo de resorte de lámina pueden registrarse también eléctricamente si se emplea papel de registro metálico.

Montaje ▶ Figura 3

Ejemplo de un diagrama ▶ Figura 4

Aquí el análisis no resulta tan sencillo porque la fuerza de rozamiento no puede ya considerarse constante.

La fuerza de rozamiento entre la aguja eléctrica de escritura y el papel metálico puede —por sorprendente que parezca— ser mucho mayor que la existente entre la fibra de fieltro y el papel, a igual velocidad de escritura.

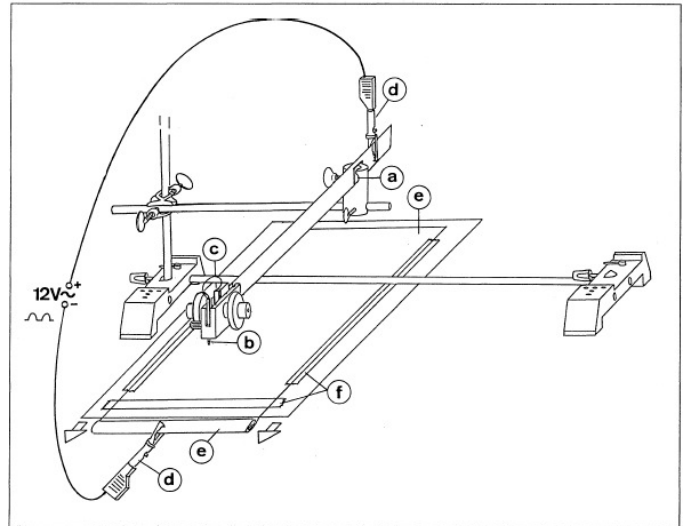


Fig. 3: Montaje: Péndulo de resorte de lámina, registro de oscilaciones con aguja eléctrica de escritura
Tensión de alimentación: tensión continua pulsante de 12 V
a) platillo de presión b) aguja de escritura c) conector de 2 mm d) pinzas cocodrilo e) papel metálico de registro tensado sobre cartón f) cinta Tesa

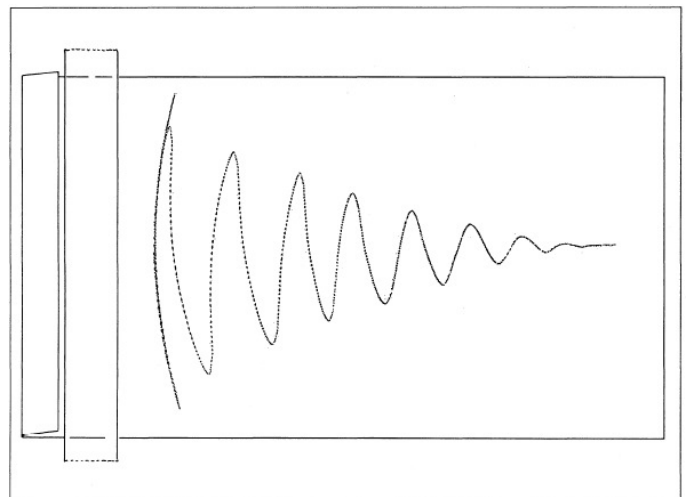


Fig. 4: Curva de oscilaciones para un péndulo de resorte de lámina longitud del péndulo $\ell = 20$ cm, masa m del péndulo = 154 g, distancia entre marcas de tiempo = 0,01 s



Diagramas de espacio-tiempo y de velocidad-tiempo para oscilaciones armónicas

Análisis, mediante marcas eléctricas de tiempo, de las oscilaciones del péndulo

Actividades:

- Trazar la amplitud s de las oscilaciones de un péndulo físico de varilla en función del tiempo t con ayuda de marcas de tiempo de 100 Hz
- Averiguar el período de oscilación T contando las marcas temporales
- Representar la curva $s(t)$ con el eje de tiempo linealizado (diagrama de espacio-tiempo)
- Obtener la curva $v(t) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
(diagrama de espacio-tiempo)
- Describir en términos matemáticos la función $s(t)$
- Describir en términos matemáticos la función $v(t)$.

Objetivos del experimento:

- *Poder analizar los diagramas de espacio-tiempo de las oscilaciones provistos de marcas de tiempo:*
- *Obtener*
 - a) el período de oscilación T*
 - b) la forma no distorsionada de la curva linealizando el eje de tiempo*
 - c) el factor de amortiguación k por oscilación.*
- *Poder realizar el diagrama de velocidad-tiempo en base a un diagrama de espacio-tiempo.*
- *Poder describir matemáticamente una oscilación armónica amortiguada mediante la función*
 $S(t) = e^{-kt} \cdot \sin \omega t$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$
con cuya diferenciación se obtiene $v(t)$.

Equipo:

1 péndulo físico de varilla con eje..... de	346 03
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 par de pesasde	340 85
1 aguja de escritura	683 26
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
1 mordaza doble S.....	301 09
1 par de pinzas de cocodrilo.....de	501 861
1 par de cables, 1 m, rojo, azul.....p. ej.	501 46
1 rollo de papel metálico	346 06
1 lupa, aumento 8x	667 127
1 fuente de tensión, 12 V tensión alterna rectificada por onda completa (pulsos de 100 Hz)p. ej.	562 73

Montaje:

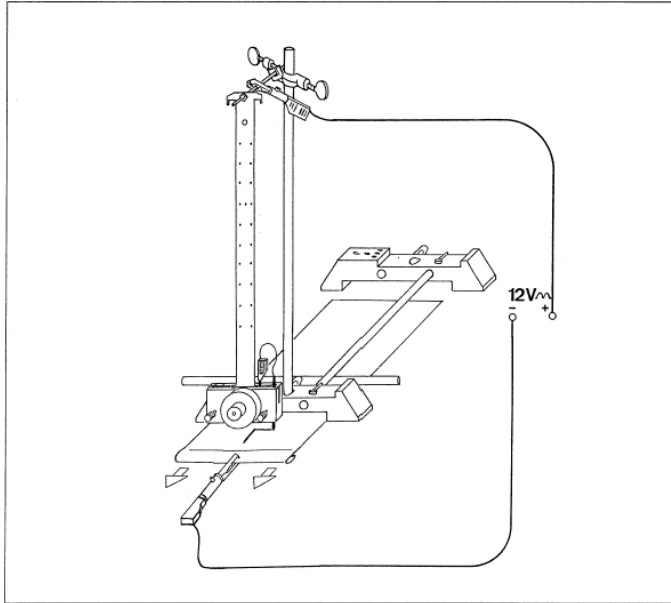


Fig. 1: Montaje para registrar la amplitud de un péndulo físico de varilla en función del tiempo; marcas de tiempo de 100 Hz en el papel metálico

- ▶ Figura 1:
- Plegar el borde delantero del papel metálico hacia afuera, a fin de lograr un buen contacto eléctrico con la pinza de cocodrilo.
- Distancia: bloque con abrazaderas-papel metálico: 4-5 mm
- Prestar atención a la polaridad de la fuente de tensión pulsante a 100 Hz.

Indicación:

La varilla de soporte detrás de la base de soporte delantera sirve para la impresión en el papel metálico.

NOTA:

Debe polarizarse el papel metálico negativamente, ya que así se obtienen mejores puntos de marcación.

De ser necesario, en lugar de la aguja de escritura puede emplearse también una simple aguja o una aguja roma.

Realización:

Realizar el experimento de a dos, de ser posible: (experimentadores A y B)

- A desvía el péndulo físico de varilla unos 5 cm a la derecha de la posición cero.
- B jala del papel metálico de manera uniforme y recta a unos 10 cm por segundo.
- A libera el péndulo no bien se supera el rozamiento inicial del papel.

NOTA:

Si se jala del papel de manera recta y uniforme se obtiene una curva $s(t)$ que casi no precisa correcciones. Aun tras un desplazamiento muy poco uniforme es posible un análisis correcto gracias a las marcas de tiempo.

Ejemplo: ▶ Figura 2

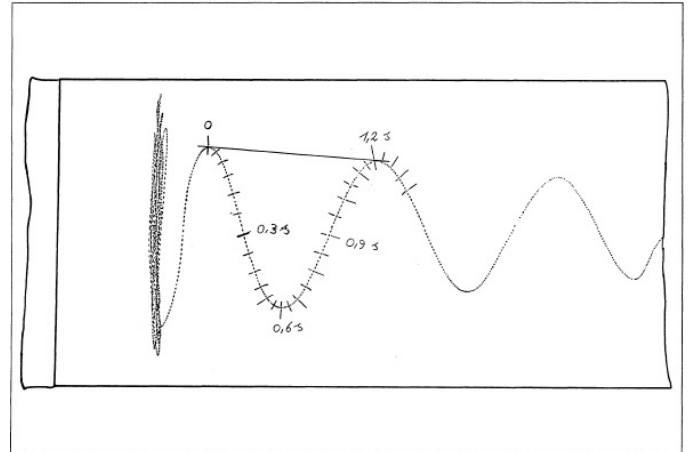


Fig. 2: Trazado sobre papel metálico de la oscilación de un péndulo físico de varilla con marcas de tiempo de 100 Hz. Obtención del período de oscilación T trazando una tangente

Análisis:

- Trazar una tangente a los dos primeros máximos de la curva de oscilaciones. Observar con lupa los puntos de la curva. Resaltar con un trazo una de cada 5 marcas de tiempo en el segmento de la curva comprendido entre los dos puntos de contacto de la tangente. Accesorios: lupa.

NOTA:

Con la lupa puede hacerse una distinción más nítida de las marcas de tiempo también en el entorno de los máximos y mínimos relativos.

Si se quisiera trabajar con marcas de tiempo de 50 Hz debería emplearse una tensión alterna rectificada por media onda (50 Hz).

Accesorios:

- 1 transformador de 6/12 V, 30W, p. ej. 562 73 ó 522 16
- 1 diodo 578 51
- 1 segmento de tablero de conexiones 576 71

▶ Información sobre equipos

- ¿Cuánto vale el período T de la oscilación del péndulo físico de varilla trazada?
 - ¿Dónde se ubica la elongación $s = 0$?
- Hacer pasar el eje cero por estos puntos de la curva.

Ejemplo para el análisis: ▶ Figura 3

El período de oscilación vale $T = 1,22$ s

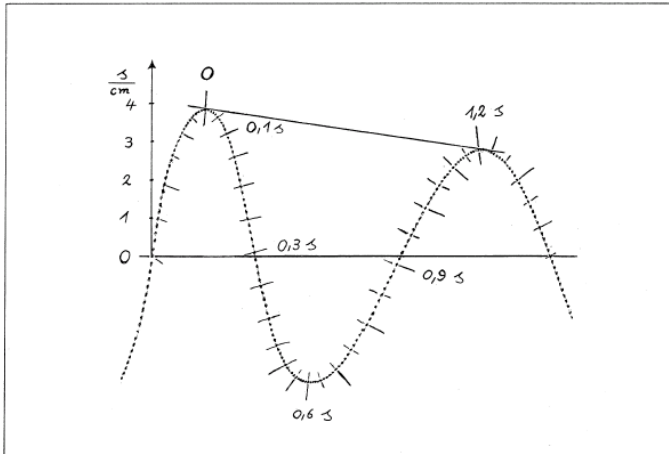


Fig. 3: Detalle aumentado de la Fig. 2; trazado del eje cero (eje de tiempo)

La elongación $s = 0$ aparece en las siguientes marcas de tiempo de la curva de la figura 3:

$$\frac{T}{4} \text{ y } 3 \cdot \frac{T}{4}$$

El eje cero debe cortar la curva en esos puntos.

Ejemplo de medición:

$$\frac{T}{4} = 0,305 \text{ s}$$

$$3 \cdot \frac{T}{4} = 0,915 \text{ s}$$

- Representar la curva $s(t)$ con el eje de tiempo linealizado (diagrama de espacio-tiempo),

Seguir resaltando una de cada 5 marcas de tiempo a la derecha y a la izquierda hasta llegar al eje de cero.

Representar sobre papel milimetrado en un diagrama con eje de tiempo t linealizado la amplitud s de las marcas de tiempo resaltadas.

Accesorios: tiras de papel, lápiz con punta fina.

Elegir como origen de tiempos el primer punto por donde la curva pasa por cero.

Unir los puntos.

Resultado: ▶ Figura 4 del punto 10

- Obtención de la curva $\bar{v}(t) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (diagrama de velocidad-tiempo).

Medir y anotar las amplitudes s de las marcas de tiempo t resaltadas para una oscilación entera.

▶ Tabla

Calcular las diferencias $\Delta a = s(t + 0,05 \text{ s}) - s(t)$ ▶ Tabla

Calcular la velocidad media \bar{v} entre las marcas de tiempo. ▶ Tabla

Trazar el diagrama $\bar{v}(t)$,

Elegir la escala del eje de tiempo como en el diagrama $s(t)$.

¿Cómo puede relacionarse lógicamente en el tiempo $\bar{v}(t)$ con los valores $s(t)$?

Trazar el diagrama $\bar{v}(t)$.

¿Qué relaciones pueden inferirse directamente entre los diagramas de espacio-tiempo y de velocidad-tiempo hallados?

¿Cómo influye el rozamiento?

Tabla

$\frac{t}{\text{ms}}$	$\frac{s}{\text{cm}}$	$\frac{\Delta s}{\text{cm}}$	$\frac{\bar{v}}{\text{cm s}^{-1}}$
0	0	1,0	20
0,05	1,0	0,9	18
0,10	1,9	0,7	14
0,15	2,6	0,6	12
0,20	3,2	0,6	12
0,25	3,6	0,4	8
0,30	3,8	0,2	4
0,35	3,6	-0,2	-4
0,40	3,2	-0,4	-8
0,45	2,6	-0,6	-12
0,50	1,8	-0,8	-16
0,55	1,0	-0,8	-16
0,60	0,1	-0,9	-18
0,65	-0,8	-0,9	-18
0,70	-1,6	-0,8	-16
0,75	-2,3	-0,7	-14
0,80	-2,8	-0,5	-10
0,85	-3,1	-0,3	-6
0,90	-3,2	-0,1	-2
0,95	-3,1	+0,1	+2
1,00	-2,9	+0,3	+6
1,05	-2,4	+0,5	+10
1,10	-1,7	+0,7	+14
1,15	-1,0	+0,7	+14
1,20	-0,25	+0,75	+15
1,25	+0,5	+0,75	+15



$\bar{v}(t)$ da la velocidad promedio para el intervalo entre dos marcas de tiempo.

Esta velocidad promedio \bar{v} coincide con una velocidad instantánea v que se toma como aproximadamente ubicada en la mitad de cada intervalo de tiempo.

Por eso se asocian las velocidades \bar{v} al punto medio de los intervalos de tiempo.

► Figura 5

Relaciones entre los diagramas $s(t)$ y $\bar{v}(t)$:

$\bar{v}(t)$ es máxima donde $s(t) = 0$, o sea, el péndulo alcanza la máxima velocidad al pasar por la posición cero.

$\bar{v}(t)$ es 0 cuando $s(t)$ es máximo, o sea, el péndulo llega a la velocidad nula en los puntos de retorno (para máxima elongación).

Desde el punto de vista matemático, $v(t)$ da la pendiente de la curva $s(t)$.

$s(t)$ y $v(t)$ están amortiguadas.

El diagrama de la figura 4 muestra que:

El valor de la amplitud máxima disminuye:

1° máximo: 3,8 cm

2° mínimo : 3,2 cm

3° máximo: 2,8 cm

El diagrama de la figura 5 muestra que:

El valor de la velocidad al cruzar por cero disminuye:

1° máximo: 20 cm/s

1° mínimo: 18 cm/s

2° máximo: 15 cm/s

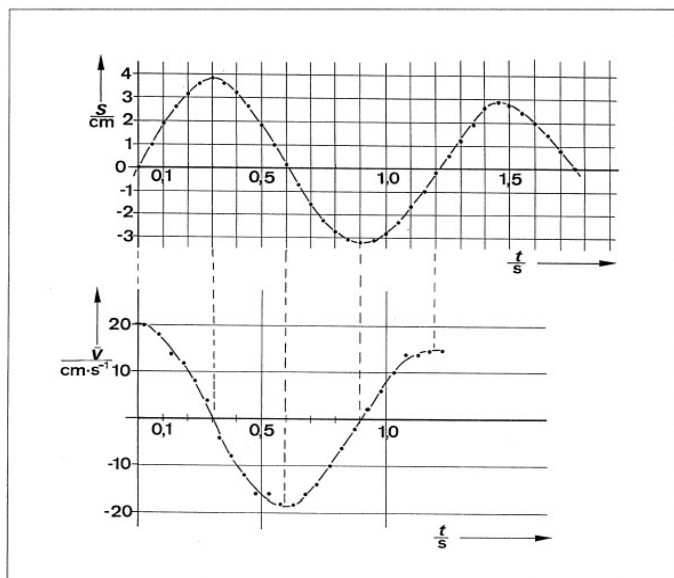


Fig. 4/5: Arriba: Diagrama de espacio-tiempo: amplitud s como función del tiempo t para eje de tiempos lineal
Abajo: Diagrama de velocidad-tiempo: velocidad media \bar{v} para cada intervalo Δt del diagrama $s(t)$

- Describir $s(t)$ en términos matemáticos.

Hipótesis:

La amplitud s de la oscilación del péndulo puede describirse mediante una función seno cuya amplitud disminuye en función del tiempo.

Prueba sencilla:

$$\sin 90^\circ = 1; \sin 30 = \frac{1}{2}$$

► Diagrama: Figura 4

Se supone el primer máximo $s_m = 3,8$ cm en $t_m = 0,30$ s.

Si la forma de la curva es sinusoidal, la mitad de la amplitud máxima (1,9 cm) debería darse para $t = 0,10$ s.

Valor leído en la curva:

$$s(t = 0,10 \text{ s}) = 1,9 \text{ cm}$$

La forma de la curva puede reproducirse muy bien con función sinusoidal.

Solución que describe la oscilación armónica amortiguada:

$$s(t) = s_m e^{-kt} \sin \omega t \quad (I)$$

$$T = 1,22 \text{ s}; \frac{T}{4} = 0,305 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 5,15 \text{ s}^{-1}$$

$$s_1 = s\left(\frac{T}{4}\right) = 3,8 \text{ cm}$$

$$s_2 = s\left(\frac{T}{4} + T\right) = 3,2 \text{ cm}$$

Reemplazando en (1) se obtienen dos ecuaciones para calcular k .

Solución:

$$k = \frac{-\ell n \frac{s_2}{s_1}}{T} = 0,14 \text{ s}^{-1}$$

Reemplazando un par de valores en (1) puede averiguarse s_m . Par de valores: $s_1 = 3,8$ cm; $t_1 = 0,305$ s

$$s_m = \frac{3,8 \text{ cm}}{e^{-0,14 \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0,305 \text{ s}}} = 3,96 \text{ cm}$$

Reemplazando los valores para s_m , k y ω en (1), resulta:

$$s(t) = 3,96 \text{ cm} \cdot e^{-0,14 \frac{t}{\text{s}}} \cdot \sin 5,15 \cdot \frac{t}{\text{s}} \quad (II)$$

- Describir la función $\bar{v}(t)$ en términos matemáticos.

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt}$$

Diferenciando la expresión (I) resulta:

$$v(t) = s_m \ell^{-kt} (\omega \cos \omega t - k \sin \omega t)$$

Si se hacen los reemplazos $\omega = \omega_0 \cos \theta$

y $k = \omega_0 \sin \theta$

y se aplica a ellas la relación

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

resulta:

$$v(t) = s_m \omega_0 e^{-kt} \cdot \cos(\omega t + \theta) \quad (III)$$

$$\omega^2 + k^2 = \omega_0^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + k^2} = 5,152 \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{k}{\omega} = \tan \theta$$

$$\theta = \arctan \frac{k}{\omega} = \arctan 2,72 \cdot 10^{-2} = 0,027$$

Si se reemplazan los valores para s_m , ω_0 , ω y θ en (III), se obtiene:

$$v(t) = 20,4 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 1^{-0,14} \frac{\text{t}}{\text{s}} \cdot \cos(5,15 \frac{\text{t}}{\text{s}} - 0,027)$$

(IV)

Pruebas:

$$v(0) = 20,4 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 1 \cdot 1 = 20,4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v(0,6 \text{ s}) = 20,4 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 0,919 \cdot (-0,997) = -18,7 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v(0,9 \text{ s}) = 20,4 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 0,882 \cdot (-0,010) = -0,18 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

La comparación con $v(t)$ (diagrama de la figura 5) muestra una buena coincidencia.

*Para una **oscilación no amortiguada** se tiene $k = 0$ y $\theta = 0$.*

Ecuación horaria:

$$s(t) = s_m \cdot \sin \omega t$$

Ecuación de velocidad instantánea:

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = s_m \omega \cdot \cos \omega t$$

Ecuación de aceleración instantánea:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -s_m \omega^2 \sin \omega t$$

NOTA:

Para mostrar o trazar directamente los diagramas de velocidad instantánea del péndulo físico de varilla
► Figura 6

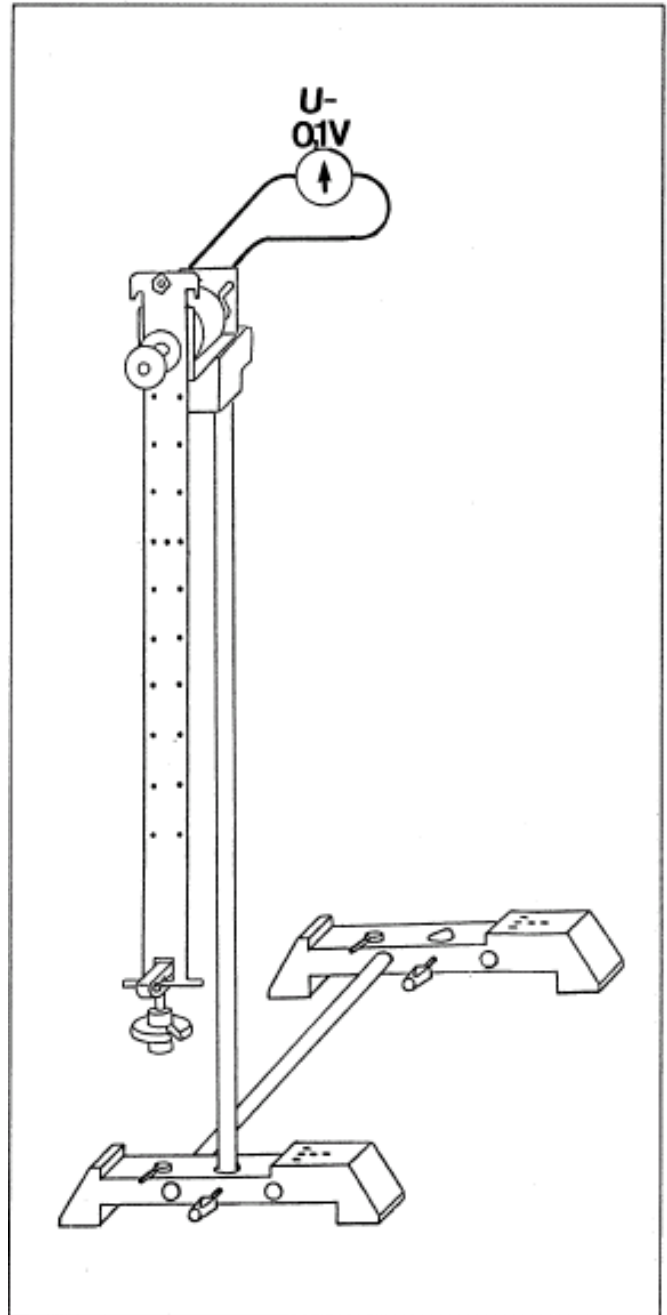


Fig. 6: Montaje para transformar velocidades en tensiones con el motor y el generador (579 43) como transductores y un voltímetro de cero al centro como indicador. En lugar del voltímetro puede conectarse también un almacenador de datos o registrador (osciloscopio con memoria; CASSY; registrador TY)



Oscilaciones forzadas en péndulos

Actividades:

- Montar un experimento para que diversos péndulos de resorte entren en oscilación forzada por las oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina excitado manualmente.
- Registrar una curva de calibración que represente el período de oscilación T del resorte de lámina como función de su longitud ℓ .
- Estudiar las condiciones de resonancia.

Objetivos del experimento:

- *Poder realizar montajes en que las partes oscilantes lleven a otras a oscilar.*
- *Poder averiguar mediante una curva de calibración el período de oscilación T de un resorte de lámina de longitud ℓ conocida.*
- *Reconocer que la transmisión de energía entre dos sistemas capaces de oscilar es máxima cuando las frecuencias de sus oscilaciones propias coinciden y cuando existe una determinada diferencia de fase (concepto de resonancia).*
- *Reconocer que el excitador de las oscilaciones y el oscilador excitado pueden intercambiarse.*

Equipo:

1 resorte de lámina, $\ell = 435$ mm.....	352 051
1 resorte helicoidal (A) 0,1 N/cm	352 07
1 resorte helicoidal (B) 0,25 N/cm	352 08
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 juego de 6 pesas, 50g c/u.....	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
1 mordaza doble S.....	301 09
1 mordaza universal	666 615
1 platillo de presión	200 65 559
2 bloques de soporte	301 25
2 asas de soporte fijables	314 04
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 cronómetro.....p. ej.	313 07

1 Primer experimento parcial

Montaje:

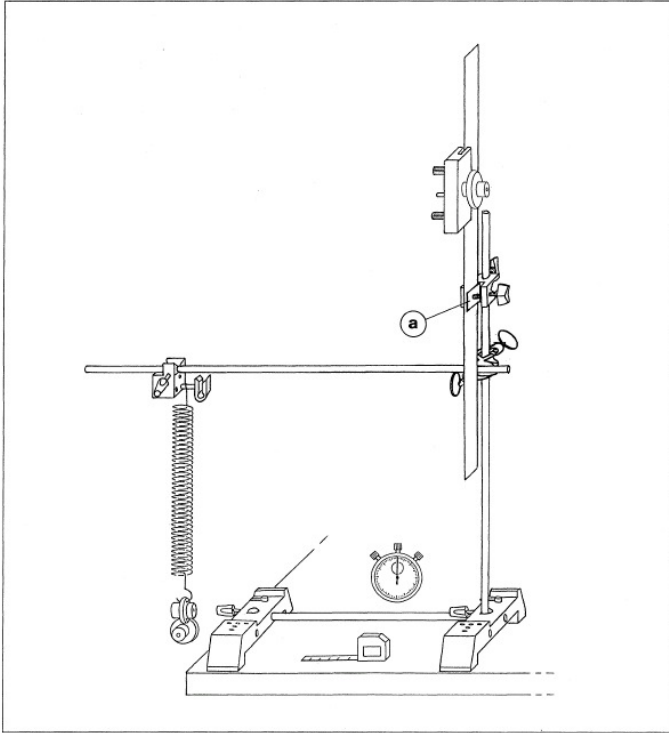



Fig. 1: Montaje para demostrar las oscilaciones en resonancia

- ▶ Figura 1
 - Enganchar el resorte de lámina según la figura 2. (Medir con la cinta métrica la longitud de la parte no oscilante del resorte de lámina: 20 cm)
-  No olvidar el platillo de presión (a). Usar el resorte de lámina blando (A).

Realización:

- Variar la longitud ℓ del resorte de lámina (▶ Figura 2) entre 5 cm y 7 cm. Hacer oscilar el resorte de lámina con amplitud constante y observar el resorte helicoidal.
- ¿Para qué longitud ℓ se da la máxima oscilación del péndulo de resorte?

La máxima oscilación del péndulo de resorte helicoidal se da para una longitud del péndulo excitador (de resorte de lámina) $\ell = 6$ cm.

- Registrar una curva de calibración que represente el período de oscilación T del resorte de lámina como función de su longitud ℓ .

Para ello, variar ℓ desde 4 cm hasta 16 cm en pasos de 1 cm.

▶ Tabla 1

Medir T (como valor medio de al menos 10 oscilaciones) con el cronómetro.

- Medir los períodos de oscilación de ambos resortes helicoidales para cargas de $m = 50$ g, 100 g, 150 g, 200 g ▶ Tabla 2

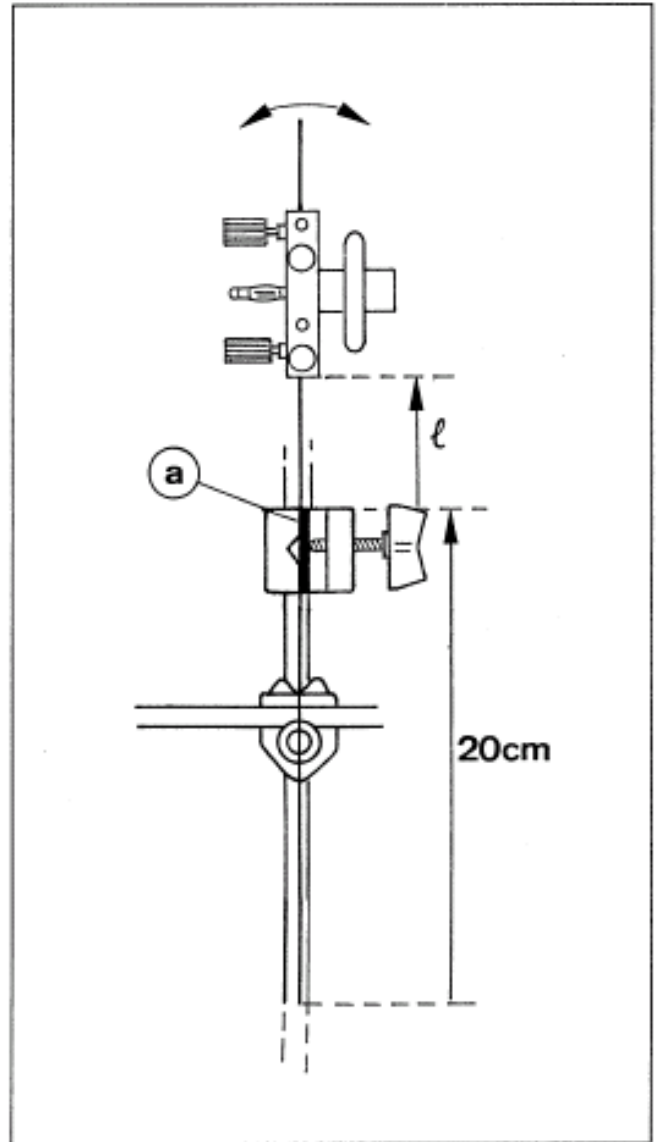


Fig. 2: Bosquejo complementario a la Fig. 1. Colocación del resorte de lámina mediante el platillo de presión (a): definición de la longitud ℓ



Observaciones y mediciones:

Tabla 1

$T(\ell)$ según figuras 1 y 2

$\frac{\ell}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$
4,0	0,34
5,0	0,36
6,0	0,40
7,0	0,45
8,0	0,50
9,0	0,55
10,0	0,62
11,0	0,70
12,0	0,78
13,0	0,90
14,0	1,00
15,0	1,14
16,0	1,32

Análisis:

- Representar gráficamente la curva de calibración $T(\ell)$ del resorte de lámina (► Tabla 1). ► Figura 3
- Introducir en la tabla 2 la longitud ℓ del resorte de lámina que corresponda a igual período de oscilación. Extraer de la curva de calibración $T(\ell)$ el valor para ℓ .

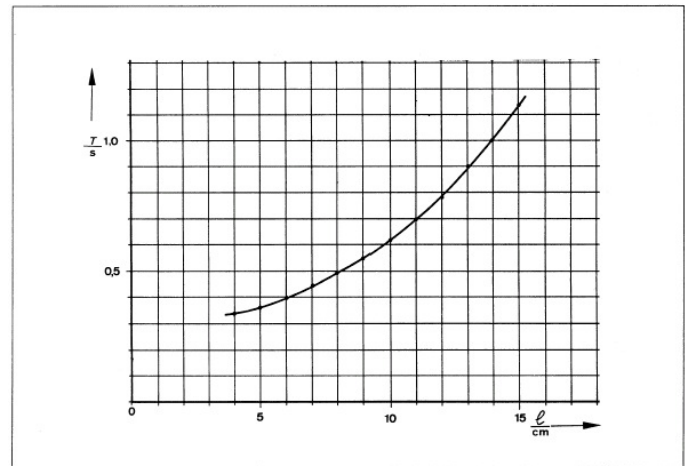


Fig. 3: Curva de calibración $T(\ell)$
Período de oscilación T del resorte de lámina como función de la longitud ℓ del resorte de lámina.

Tabla 2

Ejemplo de medición (A: resorte blando; B: resorte duro)

$\frac{m}{\text{g}}$	A		B	
	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{\ell}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{\ell}{\text{cm}}$
50	0,486	7,9	0,293	-
100	0,663	10,6	0,405	6,0
150	0,807	12,3	0,495	8,0
200	0,927	13,4	0,564	9,3

NOTA:

Un péndulo de resorte no sólo puede oscilar de forma longitudinal sino también transversal, como un péndulo físico. El péndulo B con $m = 50 \text{ g}$ suele excitarse de esta segunda forma.

2 Segundo experimento parcial

Montaje:

- De manera análoga a la figura 1, colgar de la varilla de soporte horizontal del montaje dos péndulos helicoidales distintos, tal como muestra la figura 4.

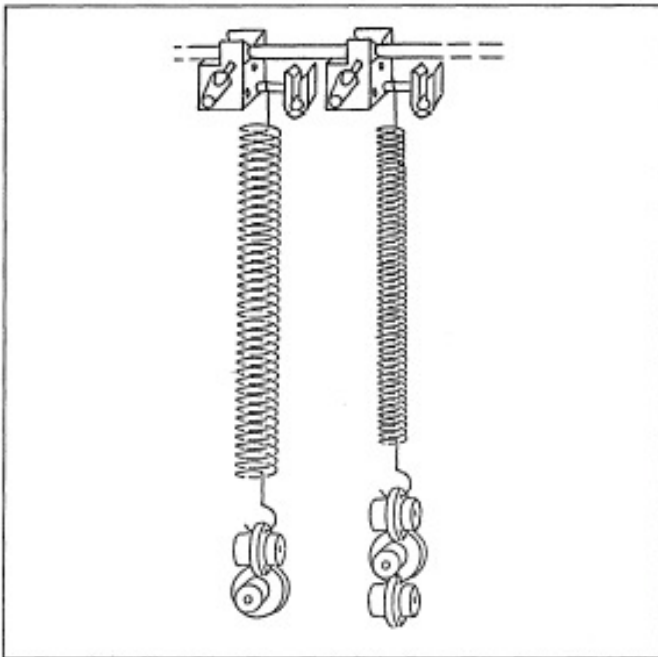


Fig. 4: Colocación de dos péndulos de resorte en la varilla horizontal de soporte del montaje según la Fig. 1.

Realización:

- Mostrar que puede excitarse arbitrariamente uno u otro péndulo para hacerlos oscilar, si se elige la longitud l del resorte de lámina correspondiente.
- Cambio de roles:
Excitar los péndulos hasta hacerlos oscilar y observar el resorte de lámina.

Análisis:

- ¿En qué ámbito de la tecnología aparece la resonancia?

La resonancia aparece en partes del automóvil al transitar calles con baches.

- ¿Dónde es útil y dónde molesta?

Es indeseable en puentes y máquinas;

es útil en frecuencímetros de resorte de lámina.

- ¿Bajo qué condiciones se dan fenómenos de resonancia?

La frecuencia propia debe coincidir con la frecuencia excitadora.

NOTA:

Soplando rítmicamente se pueden provocar grandes oscilaciones en un péndulo.

La figura 5 representa un posible montaje para este fin.

Otros experimentos:

Excitación de péndulos de resorte de lámina mediante un electroimán alimentado con tensión alterna de frecuencia regulable proveniente de un generador de funciones (modelo de frecuencímetro de lengüeta).

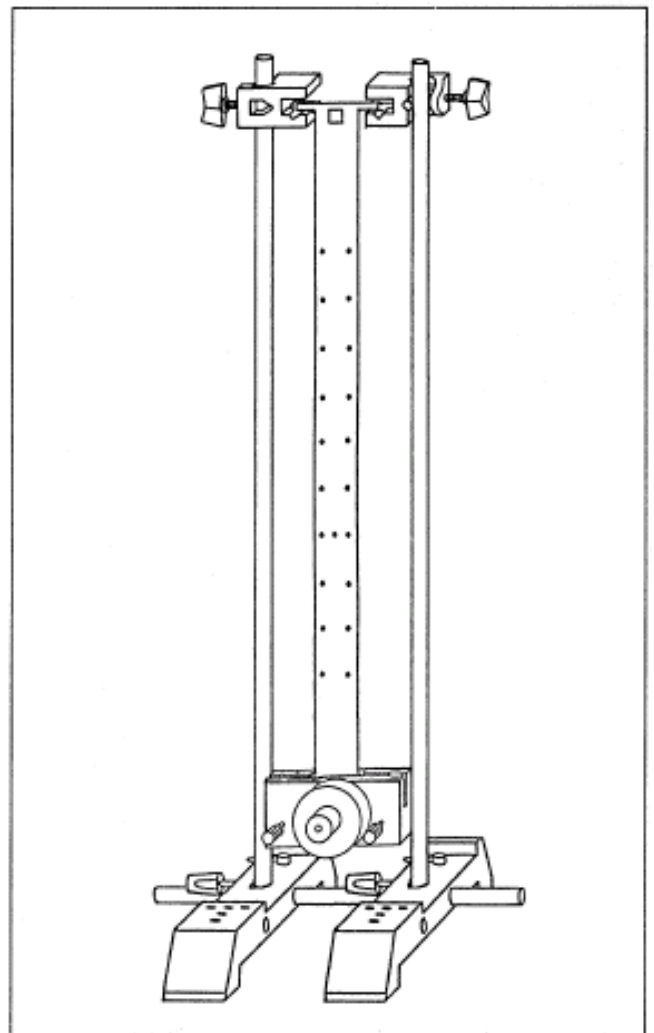


Fig. 5: Montaje para demostrar las oscilaciones por resonancia mediante el soplo rítmico sobre un péndulo físico de varilla.



Oscilaciones forzadas en un péndulo físico de varilla con registro de amplitud

Actividades:

- Comparar la frecuencia f de un péndulo de varilla en oscilación forzada con la frecuencia de excitación f_M de un motor acoplado.
- Comparar la fase φ del motor y del péndulo de varilla según la frecuencia f .
- Determinar la frecuencia propia f_0 .
- Averiguar las fases para $f \gg f_0$ y $f \ll f_0$.
- Averiguar la amplitud s del péndulo físico de varilla como función de la frecuencia de excitación f_M .

Objetivos del experimento:

- *Verificar las siguientes particularidades de un péndulo de varilla en oscilación forzada.*
 - $f = f_M$ f : frecuencia de la oscilación del péndulo,
 f_M : frecuencia de excitación.
 - $\theta \approx 0$, si $f_M \ll f_0$
 - $\theta \approx \pi$, si $f_M \gg f_0$
 - u : diferencia de fase entre la oscilación de excitación y la obtenida por excitación,
 f_0 : frecuencia propia del péndulo (acoplado).
- *Comportamiento en resonancia:*
Registro de la curva de resonancia
 $s(f_M)$ s : amplitud

Equipo:

1 péndulo físico de varilla con eje.....	346 03
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 pesa, 50 gde	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 mordaza universal	666 615
2 bloques de soporte	301 25
1 motor STE con palanca oscilante	579 42
1 cuerda	200 70 322
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 generador de funciones S12.....	522 62
1 fuente de tensión, 12 V~	
p. ej., el transformador de 6/12 V, 30 W.....	562 73
1 par de cables, 1 m, rojo, azul.....p. ej.	501 46
1 cronómetro.....p. ej.	313 07
1 hoja de papel DIN A4, (con renglones)	

1 Primer experimento parcial

Montaje:

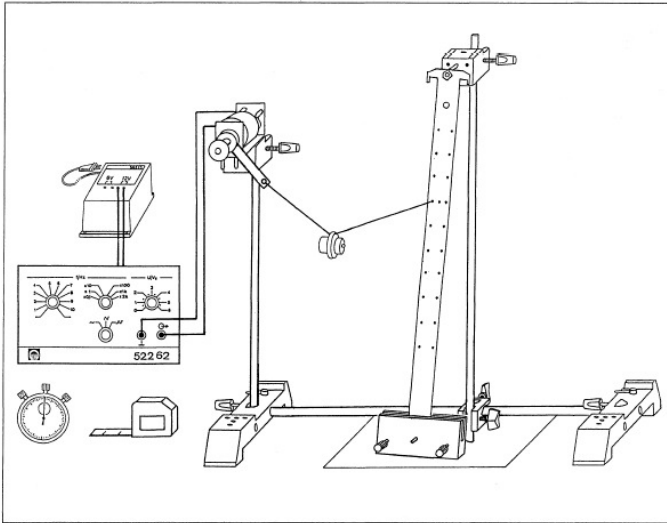


Fig. 1: Montaje del experimento para obtener oscilaciones forzadas en un péndulo físico de varilla

- Figura 1:
- Distancia del eje a la superficie de la mesa $l = 42$ cm. La palanca oscilante y el péndulo de varilla deben moverse de manera más o menos paralela y estar en un mismo plano.
- Cortar unos 30 cm de cinta de acople y atarla a la palanca oscilante y al péndulo de varilla a igual altura.

Realización:

- Seleccionar en el generador una tensión de 3 V_s. Fijar con el generador de funciones una frecuencia de excitación, por ejemplo, 0,9 Hz.
- Observar las frecuencias de oscilación f_M de la palanca oscilante del motor y f del péndulo de varilla en cuanto el péndulo comience a oscilar con amplitud constante.
- Repetir el experimento para otras frecuencias (por ejemplo, aprox. 0,6 Hz; 1 Hz; 1,5 Hz).

Análisis:

- ¿Qué relación hay entre la frecuencia de excitación f_M del motor y la frecuencia f del péndulo físico de varilla que oscila por excitación?

La frecuencia f del péndulo físico de varilla coincide con la frecuencia de excitación f_M del motor.

Esto vale en tanto el transitorio haya terminado.

Característica distintiva: El péndulo oscila con amplitud constante.

2 Segundo experimento parcial

Comparar la fase φ del motor y del péndulo de varilla

Montaje:

- Como en el experimento parcial 1 ► Figura 1

Realización:

- Medir, con el motor apagado, el período de oscilación T_0 del péndulo de varilla acoplado al motor. (Valor medio de al menos 10 oscilaciones)

El período de oscilación propio del sistema de la figura 1 es el período con el que oscila el péndulo de varilla — acoplado al motor apagado— cuando no se provee energía desde el exterior.

Medición: $T_0 = 1,08$ s;

- Calcular la frecuencia propia f_0 .

Cálculo: frecuencia propia $f_0 = \frac{1}{T_0} = 0,925$ Hz

Esta frecuencia es característica de la resonancia.

NOTA:

El período de oscilación propio del péndulo de varilla es mayor que T_0 (aprox. 1,17 s, que corresponde a la frecuencia de 0,85 Hz ► Experimento 0.2)

- Elegir una frecuencia de excitación $f_M \cong \frac{1}{2} f_0$ y observar los movimientos de la palanca oscilante y del péndulo de varilla, en especial, la diferencia de fase φ .
- Elegir una frecuencia de excitación f_M con valor aprox. $2 f_0$ y observar, como antes, la diferencia de fase φ .

Análisis:

- ¿Qué dice el experimento sobre la relación entre el valor de φ del péndulo físico de varilla y la frecuencia excitadora f_M del motor?

La fase φ del péndulo físico de varilla varía con la frecuencia de excitación f_M del motor. Para frecuencias f_M bajas en comparación con f_0 , se tiene una diferencia de fase $\varphi \approx 0$:

*El excitador y el péndulo oscilan **con la misma fase**.*

Para frecuencias excitadoras f_M elevadas en relación con f_0 , se tiene una diferencia de fase $\varphi < \pi$:

*El excitador y el péndulo oscilan **en contrafase**.*



3 Tercer experimento parcial

Registro de una curva de resonancia

Experimento previo cualitativo:

Montaje:

- ▶ Figura 1

Valores fijados en el generador de funciones (parámetros de escala):

$$U = 2 \text{ V}_s, f = 0,3 \text{ Hz.}$$

Realización:

- Orientar una hoja de papel con renglones de forma que un renglón quede directamente debajo del péndulo coincidiendo con la dirección de oscilación. Elegir un borde del péndulo como posición cero y marcar.
- Esperar hasta que el péndulo oscile con amplitud constante, y marcar entonces sobre el renglón las deflexiones máximas a derecha e izquierda.

Análisis:

- ¿Qué relación existe entre la longitud de la raya así marcada y la amplitud s ?

La longitud de la raya marcada vale 2 s.

- ¿Qué relación hay entre s y el ángulo de deflexión α ? (Distancia desde el eje del péndulo a la superficie de escritura: l)

Entre s y el ángulo de deflexión α existe la relación $s = h \cdot \tan \alpha$ (▶ Figura 4).

- Ir aumentando en el generador de funciones la frecuencia excitadora en intervalos de 0,1 Hz ó 0,05 Hz y esperar para cada valor a que la amplitud s se estabilice.

¿Qué observaciones pueden hacerse? ¿Para qué frecuencia el péndulo físico de varilla oscila con amplitud máxima?

El péndulo físico de varilla oscila en el entorno de la frecuencia excitadora f_0 con amplitud máxima (frecuencia de resonancia).



Dejar constante la tensión U para todas las frecuencias fijas siguientes.

Experimento cuantitativo

Montaje y realización:

- Ídem 3.1 a 3.3.
- Ahora controlar con cronómetro cada frecuencia fija. Escribir para cada amplitud s registrada el período de oscilación T .

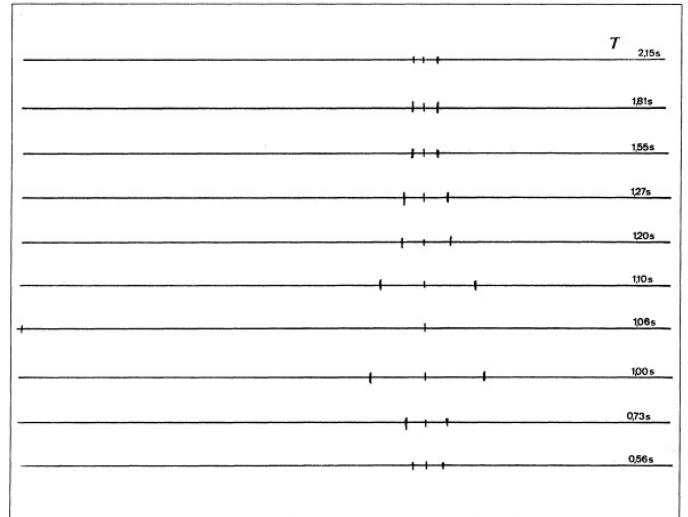


Fig. 2: Protocolo de medición, registro de la amplitud doble 2 s agregando el período de oscilación medido con cronómetro. Los registros representan un “protocolo parcial” para la siguiente tabla. Nota: Para la resonancia con $T = 1,06 \text{ s}$, la amplitud era tan elevada que sólo fue registrada una vez.

NOTA:

Protocolo de medición, registro de la amplitud doble 2 s agregando el período de oscilación medido con cronómetro.

Los registros representan un “protocolo parcial” para la siguiente tabla.

Para la resonancia con $T: 1,06 \text{ s}$ la amplitud era tan elevada que sólo fue registrada una vez.



Análisis del protocolo de medición obtenido:

- Tabular T y s . ▶ Tabla
- Calcular f y anotar. ▶ Tabla
- Representar en un gráfico s como función de f .
▶ Figura 3

Tabla

distancia eje de rotación – superficie de escritura: $\ell = 42 \text{ cm}$			
frecuencia regulada f/Hz	período de oscilación medido T/s	frecuencia $\frac{f}{\text{Hz}} = \frac{T^{-1}}{\text{s}^{-1}}$	amplitud $\frac{s}{\text{cm}}$
5 x 0,1	2,10	0,48	0,5
6 x 0,1	1,81	0,55	0,55
7 x 0,1	1,55	0,65	0,6
8 x 0,1	1,27	0,79	1,0
8,5 x 0,1	1,20	0,83	1,1
9 x 0,1	1,10	0,91	2,2
9,5 x 0,1	1,06	0,94	18,0
10 x 0,1	1,00	1,00	2,5
1,5 x 1	0,73	1,37	0,95
2 x 1	0,56	1,79	0,65

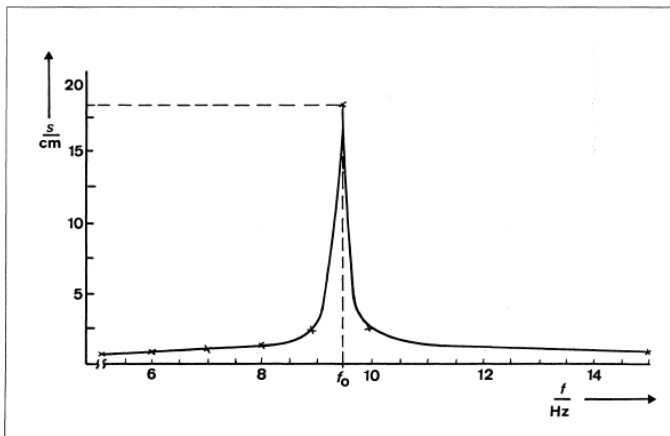


Fig. 3: Amplitud s del péndulo de varilla como función de la frecuencia excitadora

Deducción de la expresión para la curva de resonancia

$$J \cdot \ddot{\alpha} + K \cdot \dot{\alpha} + \underbrace{D \cdot \alpha}_{\omega_0^2 \cdot J} = M_m \sin \omega t \quad (I)$$

- J : momento de inercia
- K : constante de rozamiento
- D : constante del resorte
- M_m : máximo momento del excitador

$$\frac{\omega_0^2}{2\pi} = f_0 : \text{frecuencia propia del péndulo acoplado.}$$

El experimento muestra que el péndulo físico de varilla oscila con la misma frecuencia de la fuerza externa que lo excita.

Así, se justifica el reemplazo:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi) = \underbrace{\alpha_0 \cos \varphi}_{\alpha_1} \sin \omega t + \underbrace{\alpha_0 \sin \varphi}_{\alpha_2} \cos \omega t \quad (II)$$

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = \alpha_0^2 \quad (III)$$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \tan \varphi \quad (IV)$$

(▶ Figura 4)

Reemplazando en la ecuación diferencial (I) se llega, mediante un sistema de ecuaciones lineales en α_1 y α_2 , a la solución

$$\alpha(t) = \frac{M_m \sin(\omega t + \varphi)}{J \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + K^2 \omega^2}} \quad (V)$$

$$\tan \varphi = \frac{K \cdot \omega}{J(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (VI)$$

En el experimento se obtiene por medición

$$s = h \tan \alpha \quad (VII)$$

(▶ Figura 5)

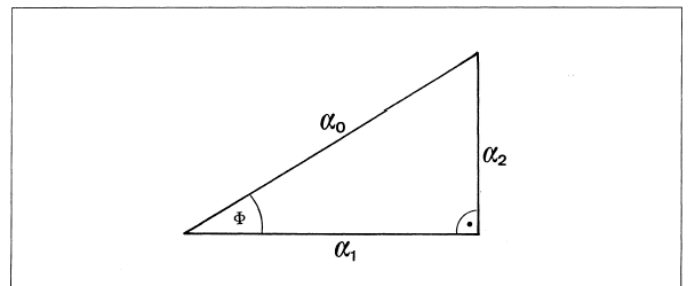


Fig. 4: Esquema geométrico para las ecuaciones

$$\alpha_1 = \alpha_0 \cos \varphi$$

$$\alpha_2 = \alpha_0 \sin \varphi$$



La función $\alpha(t)$ tiene un máximo donde el radicando es mínimo.

Cálculo:

$$\frac{d}{d\omega} [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + K^2\omega^2] = 0$$

$$\omega_{res}^2 = \omega_0^2 - \frac{K^2}{2}$$

$$\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2} \cdot K^2} \quad (VIII)$$

El punto de resonancia (el máximo de la curva de resonancia) decrece de ω_0 a 0 cuanto mayor sea el rozamiento.

Para K se deduce:

$$0 \leq K \leq \sqrt{2} \omega_0$$

Si se reemplaza (VIII) en (V) se obtiene el máximo de la curva de resonancia:

$$\alpha_{max} = \frac{M_m}{J \cdot K \sqrt{\omega_{res}^2 + \left(\frac{K}{2}\right)^2}} \quad (X)$$

Para $K \ll \omega_{res}$ es

$$\alpha_{max} \approx \frac{M_m}{J \cdot K \omega_{res}} \quad (XI)$$

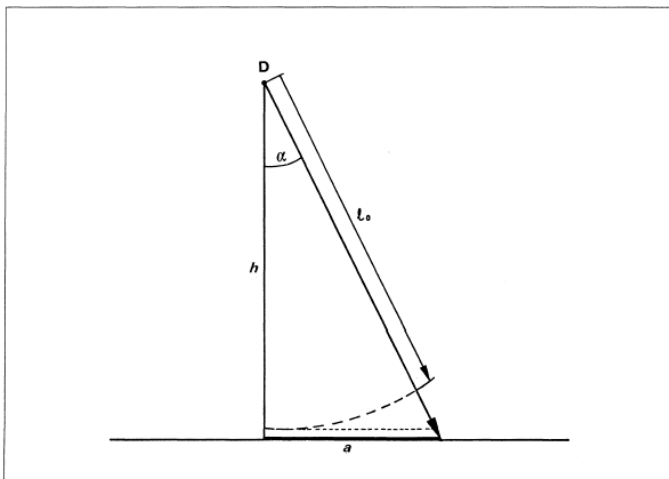


Fig. 5: Relación entre la amplitud s registrada, el ángulo de deflexión α del péndulo físico de varilla y la altura h del eje del péndulo sobre la superficie de escritura

La amplitud de resonancia es tanto mayor cuanto menor es K .

Con oscilaciones no amortiguadas ($K = 0$), la amplitud de resonancia tiende a infinito (catástrofe de resonancia).

A mayor amortiguación por rozamiento, la curva de resonancia no sólo es más baja sino también más ancha.

Para un ancho del valor de la mitad del valor máximo, la llamada **anchura a media intensidad**, se tiene para $K \ll \omega_0$:

$$\Delta\omega_{1/2} \approx \sqrt{3} \frac{K}{J} \quad (XII)$$

Para valores bajos ω , la amplitud tiende al valor

$$\alpha_0 = \frac{M_m}{J \cdot \omega_0^2} = \frac{M_m}{D} \quad (XIII)$$

Compárese con (I).

Para valores altos de ω , la amplitud tiende a 0 de forma asintótica con $\frac{M_0}{J \cdot \omega^2}$.

NOTA:

En la ecuación diferencial (I), el componente del rozamiento es proporcional a la velocidad angular ω .

Si sólo hay rozamiento estático hay que incluir en su lugar un momento constante J_k .

Con frecuencia, ambos tipos de rozamiento juegan un papel.

Una expresión mejorada del componente de rozamiento es: $J_k + K \cdot \omega$

Indicaciones para un análisis posterior:

De la curva de resonancia de la figura 3 pueden extraerse directamente los siguientes valores:

- El máximo de la curva de resonancia $s_{m\acute{a}x}$ (en el ejemplo, 7,9 cm)
- La frecuencia de resonancia f_{res} (en el ejemplo, 0,82 Hz)
- La anchura a media intensidad Δf de la curva de resonancia (en el ejemplo, 0,13 Hz)
- La amplitud límite para bajas frecuencias s_0 (en el ejemplo, 0,8 cm)

Con las expresiones (VII) a (XIII) pueden determinarse los parámetros de la ecuación (I).



Superposición lineal de oscilaciones, dependencia de la amplitud, la fase y la frecuencia

Actividades:

- Observar las amplitudes al superponerse dos oscilaciones de igual frecuencia:
 - a) para fase igual,
 - b) para contrafase.
- Estudiar las amplitudes de las oscilaciones y las frecuencias para la superposición de dos oscilaciones con frecuencias levemente diferentes.
- Describir cuantitativamente la oscilación por superposición.

Objetivos del experimento:

- *Constatar que en una superposición lineal de dos oscilaciones de igual amplitud x_0 e igual frecuencia $f_1 = f_2$*
 - *para fase igual,*
aparece una oscilación de amplitud $2x_0$
 - *para fases opuestas, $x_0 = 0$, o sea, tiene lugar una compensación de las oscilaciones.*
- *Constatar que para la superposición lineal de dos oscilaciones de igual amplitud x_0 y pequeña diferencia de frecuencias $(f_2 - f_1)$ aparece una oscilación cuya amplitud varía periódicamente entre 0 y $2x_0$.*
Hallar la expresión de la frecuencia de oscilación:
$$f_s = f_2 - f_1$$
- *Describir cuantitativamente la oscilación por superposición.*

Equipo:

1 par de péndulos de varilla con ejes	346 03
1 eje enchufable (para inversión del hilo)	340 811
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
2 bloques de soporte	301 25
2 asas de soporte fijables	314 04
4 pesas, 50 g cada una	340 85
1 cuerda, longitud aprox. 70 cm	200 70 322
1 clip para papel	
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 cronómetro	313 07
1 hoja de papel aprox. DIN A5	
cinta Tesa	



Montaje:

- ▶ Figura 1: A fin de poder ver mejor el clip para papel, fijar como trasfondo una hoja de papel a la varilla de soporte con cinta Tesa.
- ¿Cómo se mueve el clip para papel (el indicador) cuando se desvía uno de los dos péndulos de varilla a la derecha o a la izquierda?

NOTA: El montaje permite el estudio de las elongaciones que resultan de la superposición de oscilaciones armónicas. El tema aquí no es "péndulos acoplados".

Cuando se mueve uno de los péndulos de varilla a la derecha o a la izquierda, el indicador se mueve hacia arriba o hacia abajo.

- ¿A qué distancia del eje de rotación coinciden la amplitud del péndulo de varilla con la del indicador? Hacer marcas en ambos péndulos para dicho punto. Medir también allí las amplitudes de los péndulos.

NOTA: La cuerda está sujeta en el orificio más externo de la serie de orificios. El orificio medio está a 13,8 cm del eje de rotación.

Los puntos a la mitad de dicha distancia al eje de rotación (6,9 cm) tienen la misma amplitud que el cursor.

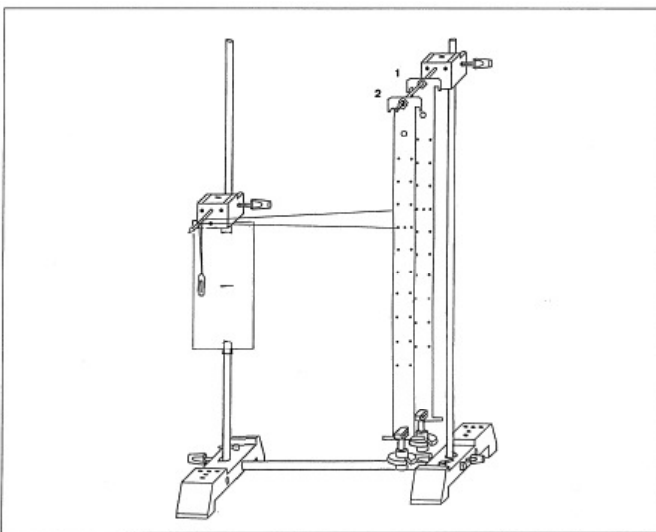


Fig. 1: Montaje para mostrar la superposición de oscilaciones lineales de igual frecuencia

Realización:

- Desplazar ambos péndulos bien hacia la derecha. Soltar los péndulos (amplitud x_0).
¿Con qué amplitud oscila el indicador (el clip para papel)?

Para oscilaciones de igual fase en ambos péndulos con amplitud x_0 , el indicador oscila con amplitud x_0 .

- Desplazar en igual medida un péndulo de varilla hacia la derecha y el otro hacia la izquierda, y soltar.
¿Con qué amplitud oscila el indicador?

*Para péndulos oscilando en contrafase con amplitud x_0 , el indicador permanece inmóvil:
La amplitud de la superposición de oscilaciones es siempre 0.*

- Sujetar en un péndulo el bloque con abrazaderas y dos pesas a distancia $a = 9$ cm del eje de rotación, según muestra la figura 2.
Desviar ambos péndulos en igual medida y soltar.
¿Cómo se mueve el indicador?

El indicador se mueve con amplitud variable periódicamente en el tiempo (batido).

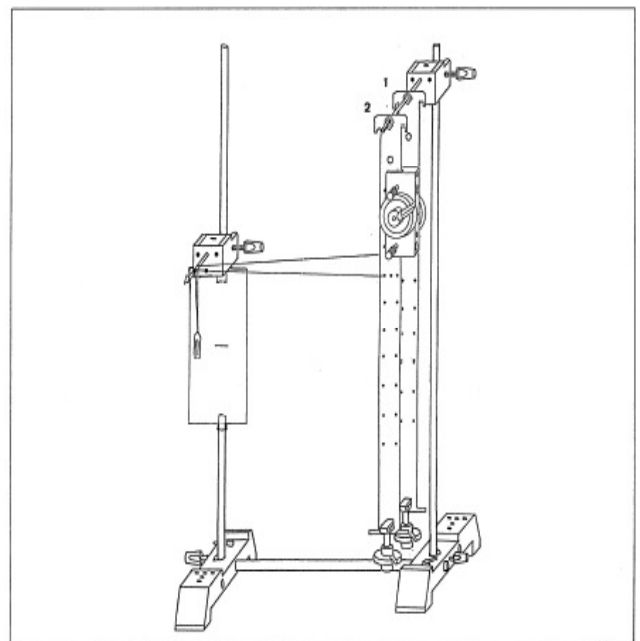


Fig. 2: Montaje para mostrar la superposición de oscilaciones lineales con frecuencias levemente distintas

- Medir con el cronómetro y anotar los períodos de oscilación T_1 y T_2 de ambos péndulos de varilla.
▶ Tabla
- Determinar el tiempo T_S con el que se repite periódicamente el movimiento del indicador. (T_S se llama período de batido). ▶ Tabla

- Repetir el experimento según la figura 3 para una distancia $a = 10$ cm.

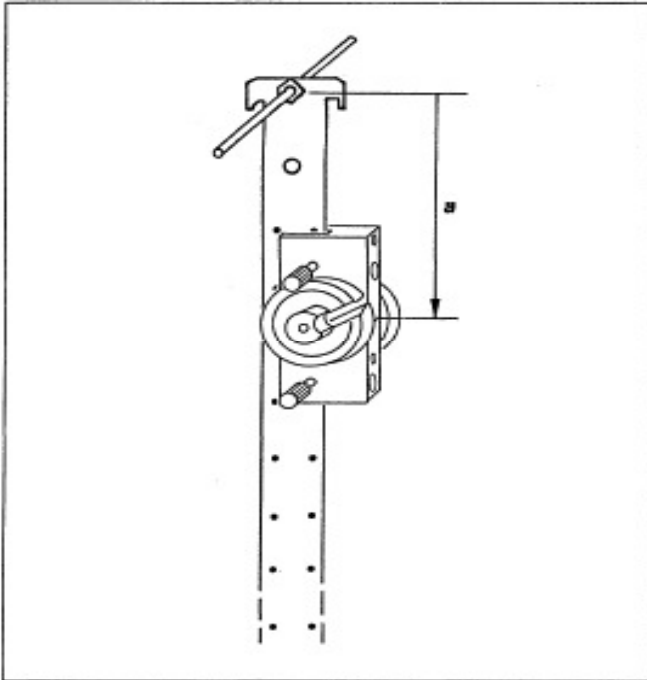


Fig. 3: Definición de la distancia a entre el centro de gravedad del bloque con abrazaderas y el eje de rotación del péndulo

Observaciones y mediciones:

Tabla

$\frac{a}{\text{cm}}$		9	10
$\frac{T_1}{\text{s}}$		1,22	1,22
$\frac{T_2}{\text{s}}$		1,08	1,10
$\frac{T_s}{\text{s}}$	medido	9,50	10,85
	calculado	9,41	11,18
$\frac{f_1}{\text{s}^{-1}}$		0,820	0,820
$\frac{f_2}{\text{s}^{-1}}$		0,926	0,909
$\frac{f_2 - f_1}{\text{s}^{-1}}$		0,106	0,089
$\frac{f_s}{\text{s}^{-1}}$	medido	0,105	0,092

Análisis:

- Con ayuda de las mediciones, verificar la relación $T_s = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 - T_2}$ e ingresar valores ▶ Tabla
- ¿Cómo es la expresión correspondiente para las frecuencias?
($f_s = \frac{1}{T_s}$; frecuencia de batido; $f_1 = \frac{1}{T_1}$; $f_2 = \frac{1}{T_2}$)

La expresión para la frecuencia de batido es:

$$f_s = f_2 - f_1$$

NOTA:

El período de oscilación T_3 del indicador puede, del mismo modo, hallarse con el cronómetro. Midiendo con cuidado puede mostrarse que el indicador oscila a una frecuencia $f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2}$.

Acerca de 4/5

El caso general de superposición de oscilaciones para una fase arbitraria no es tan sencillo de mostrar con este simple montaje. Las amplitudes de cada oscilación y de la oscilación de superposición deberían medirse con precisión. Si esto fuese posible, se evidenciaría que las amplitudes de las oscilaciones que se superponen se suman vectorialmente.

La figura 4 muestra un montaje con el que se puede demostrar la superposición de las velocidades angulares de dos péndulos de varilla.

En lugar del voltímetro puede conectarse también un registrador xy o un osciloscopio (osciloscopio con memoria).

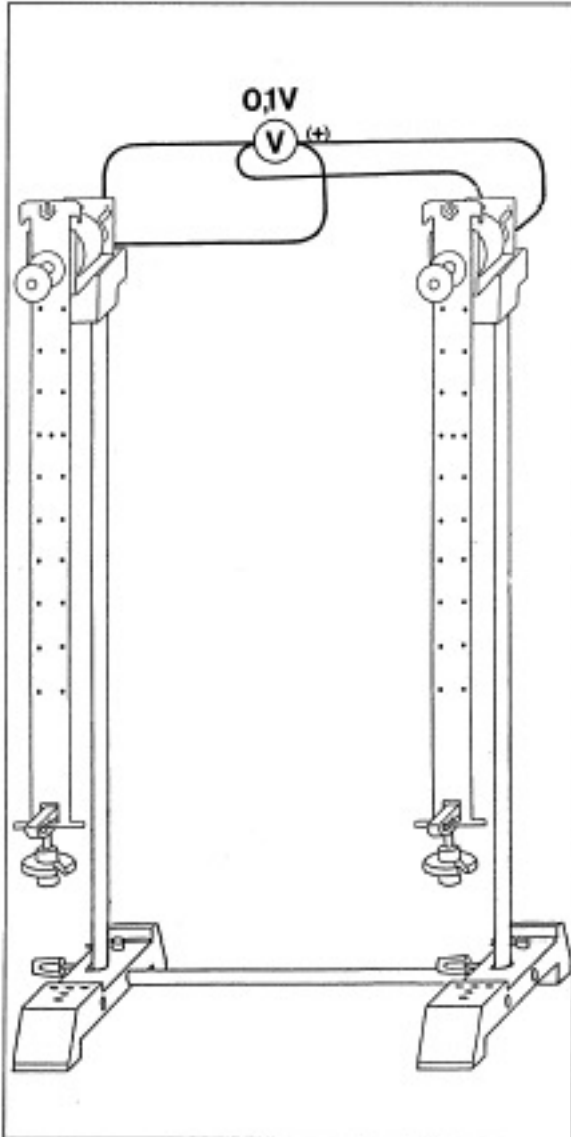


Fig. 4: Montaje con dos generadores para mostrar la superposición de velocidades angulares con ayuda de un voltímetro

Equipo:

2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
2 bloques de soporte	301 25
2 motores de c.c. y generadores tacométricos	579 43
1 par de péndulos de varilla	346 03
1 par de pesas	de 340 85
2 pares de cables, 1 m	501 46
1 voltímetro, 0,1 V, con cero al centro p. ej.	531 67



Oscilaciones de péndulos de varilla mecánicamente acoplados

Actividades:

- Observar las oscilaciones de dos péndulos de varilla mecánicamente acoplados.
- Medir los períodos de las oscilaciones fundamentales de los péndulos:
 - período de oscilación T_1 para fase igual
 - período de oscilación T_2 en contrafase
- Interpretar las oscilaciones de los péndulos acoplados como superposición de las oscilaciones fundamentales. Comprobar experimentalmente las relaciones halladas en la teoría
 - a) para la frecuencia de batido $f_s = f_2 - f_1$
 - b) para la frecuencia de superposición $f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2}$
- Experimento adicional: Influencia del acoplamiento en la frecuencia de batido f_s .

Objetivos del experimento:

- *Constatar que las oscilaciones de péndulos acoplados pueden interpretarse como superposición de las oscilaciones fundamentales.*
- *Poder describir cuantitativamente los fenómenos de las fases.*
- *Se suponen conocidos los resultados del experimento 10. La actividad 1 corresponde, por ende, al experimento 10.*

Equipo:

1 par de péndulos de varilla con ejes	346 03
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
1 mordaza doble S	301 09
1 mordaza universal	666 615
3 asas de soporte fijables	314 04
3 pesas, 50 gde	34085
1 cuerda, longitud aprox. 20 cm	200 70 322
1 cronómetrop. ej.	313 07
1 alambre de cobre, 0,2 mm \varnothing , aprox. 5 cmde	550 35
o bien	
2 clips para papel	

1 Primer experimento parcial

Montaje:

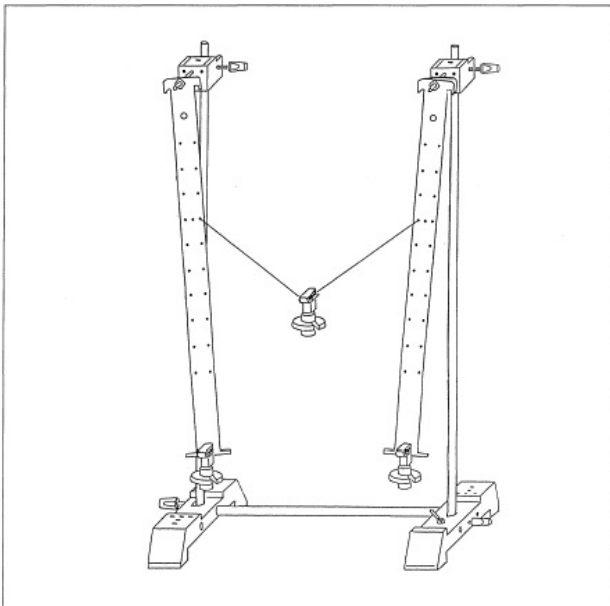


Fig. 1: Montaje del experimento: péndulos de varilla acoplados mecánicamente

- ▶ Figura 1:
 - Longitud de la cuerda de acoplamiento: aprox. 20 cm. Para facilitar la colocación rematar ambos extremos de la cuerda con ganchos de alambre (clips para papel).
- Orientar el péndulo en un plano.

Realización:

- Hacer oscilar un péndulo de la siguiente manera:
Mantener un péndulo en su posición cero y desviar el otro péndulo con una amplitud de aprox. 5 cm. Luego soltar ambos péndulos simultáneamente.
(Otra opción: impulsar un péndulo hacia atrás)

Análisis:

- Describir el fenómeno oscilatorio cualitativamente:
El péndulo inicialmente en reposo comienza a oscilar.
Su amplitud es cada vez mayor mientras que la amplitud del otro péndulo decrece constantemente.
Al final queda oscilando únicamente el péndulo que estaba en reposo al comienzo del experimento.
La amplitud es como la del péndulo 1 al inicio. El fenómeno se repite ahora de manera inversa.
En caso de resonancia, se trasmite toda la energía (osciladores de igual frecuencia).

2 Segundo experimento parcial

Medir los períodos de las oscilaciones fundamentales de los péndulos.

Realización:

- Medir el período de oscilación T_1 para fases iguales (oscilación propia con igual velocidad e igual sentido).

Desviar los péndulos en el mismo sentido y en igual medida, según la figura 2.

Soltar.

Medir el período de oscilación T_1 (como valor medio de al menos 10 oscilaciones).

Período de oscilación para igual sentido y velocidad

$$10 T_1 = 111,5 \text{ s}$$

$$\text{o sea, } f_1 = 0,87 \text{ Hz}$$

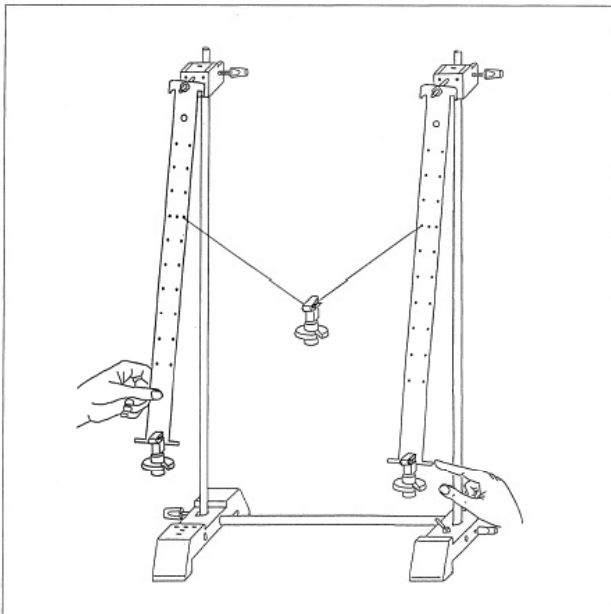


Fig. 2: Excitación de una oscilación de igual sentido y velocidad

- Medir el período de oscilación T_1 para fases opuestas (oscilación propia con igual velocidad y sentido contrario).

Desviar los péndulos en sentido opuesto y en igual medida, según la figura 3.

Soltar.

Medir el período de oscilación T_2 (como valor medio de al menos 10 oscilaciones).

Período de oscilación a igual velocidad y sentido opuesto.

$$10 T_2 = 9,5 \text{ s}$$

$$\text{o sea, } f_2 = 1,05 \text{ Hz}$$

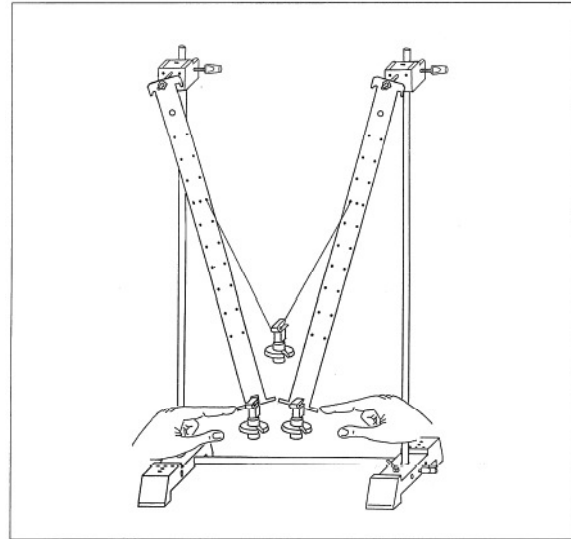


Fig. 3: Excitación de una oscilación de igual velocidad y sentido contrario

Análisis:

- Calcular f_1 y f_2 ; ingresar los datos ▶ 2.1/2.2



3 Tercer experimento parcial

Comprobaciones experimentales

Realización:

- Crear una oscilación como en el experimento parcial 1.

Medir el tiempo entre dos posiciones de velocidad nula del péndulo (período de oscilación T_s)
Repetir varias veces el experimento.

$\frac{T_s}{s}$	5,0	5,3	5,2	5,4
-----------------	-----	-----	-----	-----

o sea, $T_s = 5,2 s$ (valor medio)

Calcular la frecuencia de batido f_s en base al valor medio.

y $f_s = 0,19 Hz$

- Crear una oscilación como en el experimento parcial 1.

Medir el período de oscilación T_3 de un péndulo individual para el caso de batido (valor medio de varias oscilaciones).

Calcular la frecuencia de superposición f_3 .

$$3T_3 = 3,2 s$$

período de oscilación $T_3 = 1,07 s$
luego $f_3 = 0,94 Hz$

Análisis:

- ¿Cuál es la relación entre las frecuencias de los dos casos anteriores?

Es mayor la frecuencia para el caso de oscilaciones de igual velocidad y sentido opuesto.

- Comparar los valores calculados para f_s y f_3 :

frecuencia de batido $f_s = f_2 - f_1 = 0,18 Hz$

frecuencia de superposición $f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2} = 0,96 Hz$

Ambos resultados guardan buena coincidencia con los valores medidos.

4 Cuarto experimento parcial

Experimento adicional:

Influencia del acoplamiento en la frecuencia de batido f_s .

Modificar el acoplamiento regulando las siguientes variables:

- longitud del hilo de acoplamiento: ℓ_1
- masa de acoplamiento: m
- longitud de acoplamiento: ℓ_2
(distancia entre el punto de ataque del hilo de acoplamiento y el eje de giro de un péndulo)

Tabla (ejemplos de medición)

actividad	$\frac{\ell_1}{cm}$	$\frac{\ell_2}{cm}$	$\frac{m}{g}$	$\frac{T}{s}$	$\frac{f}{Hz}$
4.1	25	14	50	0	0,11
	20	14	50	5,2	0,19
	15	14	50	1,8	0,56
4.2	20	14	50	5,2	0,19
	20	14	100	4,0	0,25
4.3	20	6,5	50	9,3	0,11
	20	14	50	5,2	0,19
	20	21,5	50	3,6	0,28

Resultado:

La frecuencia de batido f_s aumenta al crecer el acoplamiento.

NOTA:

En este montaje experimental no coincide exactamente la frecuencia de oscilación de los péndulos individuales con la frecuencia f , de la oscilación de igual sentido y velocidad. El momento de inercia de la masa de acoplamiento no puede ser despreciado.

El grado de acoplamiento K se define así:

$$K = \frac{(f_2^2 - f_1^2)}{(f_2^2 + f_1^2)}$$

Otro experimento adicional (no figura en la parte para el alumno):

Hacer notar el salto de fase.

La oscilación del péndulo excitador se adelanta un cuarto de período ($\frac{T}{4}$). En cada punto de velocidad nula se produce un salto de fase de 180° ($1/2 T$), o sea, el péndulo oscila hacia el lado desde el cual se aproximó al punto de velocidad nula. Ahora, el otro péndulo se adelanta y vuelve a entregar su energía.

El salto de fase puede hacerse más evidente haciendo oscilar un péndulo paralelamente a otro (► Figura 4). Su período de oscilación se regula desplazando el bloque con abrazaderas hasta la frecuencia de oscilación f_3 de los péndulos acoplados. Ambos péndulos oscilan entre dos puntos de velocidad nula ya en fase, ya en contrafase.

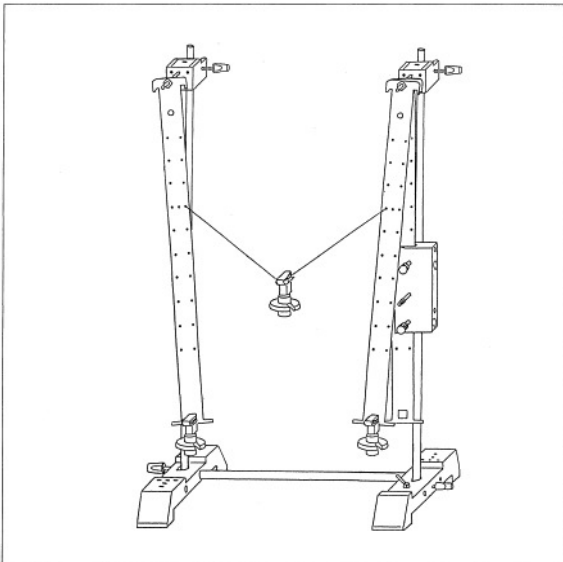


Fig. 4: Experimento para observar el salto de fase.
Se necesita además:
1 bloque con abrazaderas (como masa del péndulo) 346 05
1 péndulo de varilla de 346 03

Péndulos desiguales acoplados

Observación de la transmisión de energía de oscilación entre dos péndulos desiguales (sin resonancia) (► Figura 5).

La energía de oscilación del péndulo excitado se entrega sólo en parte. El péndulo no excitado al inicio del experimento es el único en volver constantemente al punto de velocidad nula. Dado que las frecuencias de oscilación de ambos péndulos son ahora distintas, la diferencia de fase varía constantemente. También aquí el único que entrega energía es el péndulo que se adelanta.

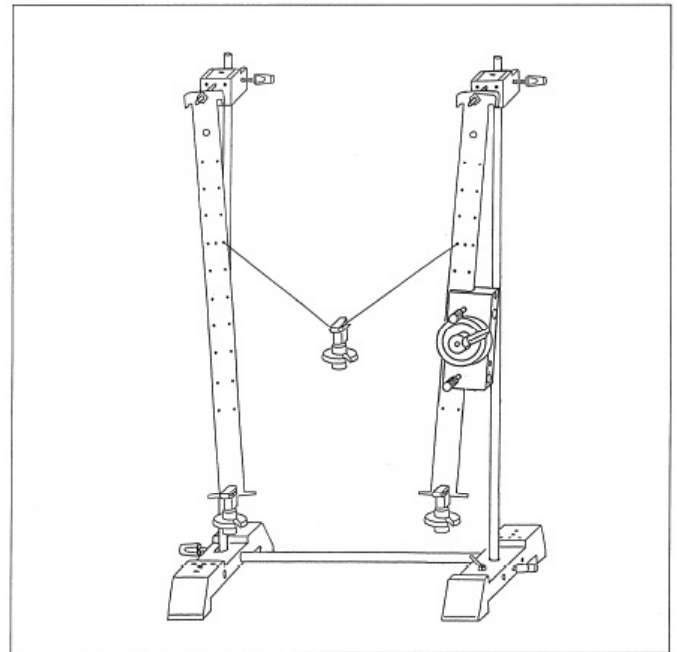


Fig. 5: Montaje experimental de péndulos desiguales acoplados
Se necesita además:
1 bloque con abrazaderas (como masa del péndulo) 346 05
2 pesas, 50 g 340 85



Oscilaciones de péndulos de resorte de lámina magnéticamente acoplados con registro de las oscilaciones

Actividades:

- Medir los siguientes períodos de oscilación para distintas distancias d entre resortes de lámina (o sea, grados de acoplamiento):
 T_1 : período de la primera oscilación fundamental (oscilación de igual fase).
 T_2 : período de la segunda oscilación fundamental (oscilación en contrafase).
 T_S : período de batido
 Tiempo entre dos puntos de velocidad nula de un mismo péndulo
 ¿Qué relación hay entre T_1 y T_2 ?
 ¿Cuál es la relación de T_1 y T_2 con d ?
- Observar y describir las oscilaciones de los péndulos de resorte de lámina acoplados.
- Verificar la relación entre T_1 , T_2 y T_S .
- Trazar las oscilaciones de los péndulos acoplados e interpretarlas.

Objetivos del experimento:

- *Constatar que tiene validez la relación*
 $T_2 < T_1$ T_1 : período para oscilaciones de péndulo de igual fase,
 T_2 : período para oscilaciones en contrafase.
- *Verificar que*
 - T_1 no depende de la distancia d de los resortes de lámina (o sea, del grado de acoplamiento).
 - T_2 aumenta al crecer la distancia d (o sea, al disminuir el grado de acoplamiento).
- *Poder interpretar las oscilaciones acopladas como superposición de dos oscilaciones de períodos T_1 y T_2 .*
- *Confirmar la expresión*

$$f_s = f_2 - f_1 \qquad f_s = \frac{1}{T_s} \text{ : frecuencia de batido}$$

$$f_1 = \frac{1}{T_1}$$

$$f_2 = \frac{1}{T_2}$$

Constatar que el período de un batido aumenta cuando disminuye el grado de acoplamiento (acoplamiento menos firme, acoplamiento suelto)

- *Poder trazar las oscilaciones de los péndulos acoplados e interpretarlas.*

Equipo:

2 resortes de lámina	352 051
2 bloques con abrazaderas	346 05
2 pesas, 50 g cada una	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 25 cm	301 26
1 varilla de soporte, 50 cm	301 27
2 mordazas dobles S	301 09
2 mordazas universales	666 615
2 platos de presión	200 655 59
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 par de imanes cilíndricos	510 48
1 cronómetro	313 07
2 fibras de fieltro de marcador	

1 Primer experimento parcial

Montaje:

- ▶ Figura 1, pero primero colgar sólo un resorte de lámina. Observar el plato de presión (a).
- Elegir, siguiendo la figura 2, una longitud ℓ del resorte de lámina de forma que el período de oscilación T_0 sea de aproximadamente 1 s.

Realización:

- Medir el período de oscilación con cronómetro. Medir ℓ con exactitud y volcar en la tabla. ▶ Tabla
- Montar a distancia d el segundo resorte de lámina con la misma longitud ℓ .

Objetivo: Dos péndulos de igual período de oscilación.

- Procedimiento: Elegir d lo más grande posible para eliminar influencias recíprocas.

Verificar los períodos de oscilación con el cronómetro.

En caso de diferencias en un péndulo, corregir la longitud de manera acorde. Luego, elegir una d de aprox. 8 cm.

Medición del período de oscilación T_1 de la oscilación fundamental de igual fase.

- Excitar ambos péndulos (mediante impulsos simultáneos en el mismo lado) para que oscilen con igual velocidad y sentido (distancia de los imanes, constante). Medir con cronómetro el período T_1 como valor medio de al menos 10 oscilaciones.

Ingresar los valores de d y T_1 . ▶ Tabla

Medición del período T_2 de la oscilación fundamental en contrafase.

- Sin modificar el montaje, excitar ambos péndulos (mediante un impulso simultáneo en las caras externas) para que oscilen en contrafase (distancia de los imanes mínima o máxima en los puntos de retorno).

Hallar el período de oscilación T_2 como antes. ▶ Tabla 2

Medición del período de batido T_S

- Detener ambos péndulos. Impulsar un péndulo hacia atrás. Medir para un mismo péndulo el tiempo entre dos puntos de velocidad nula.

Para lograr mayor precisión, medir el tiempo transcurrido entre varios puntos de velocidad nula.

▶ Tabla

- Sin modificar la longitud ℓ , repetir la medición de T_1 , T_2 , T_S para algunas distancias d mayores

(z. B. $\frac{d}{\text{cm}} \approx 10; 12; 13; 14$).

Ingresar los valores. ▶ Tabla

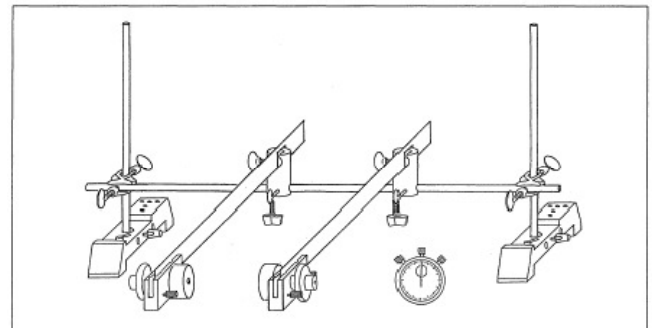


Fig. 1: Montaje: Péndulos acoplados magnéticamente

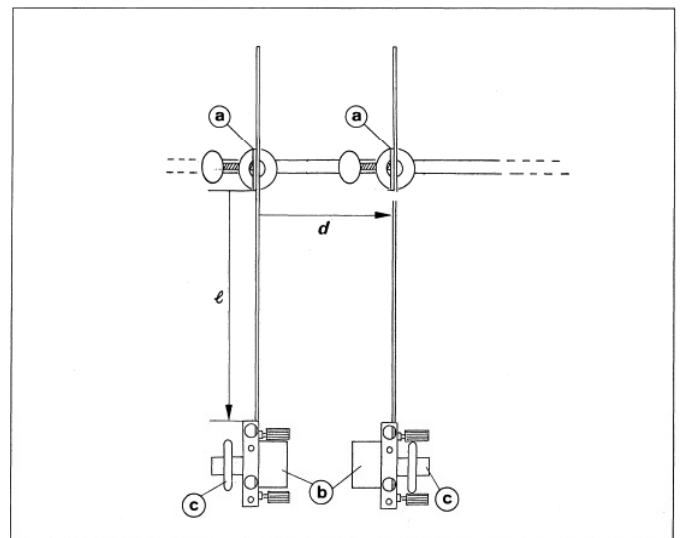


Fig. 2: Bosquejo de control para la Fig. 1

(a) platillos de presión

(b) imanes cilíndricos

(c) pesas

Definiciones:

ℓ : longitud del resorte de lámina

d : distancia entre resortes de lámina



Observaciones y mediciones:

Tabla

$\frac{f}{\text{cm}}$	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{T_1}{\text{s}}$	$\frac{T_2}{\text{s}}$	$\frac{T_s}{\text{s}}$	
				medido	calculado
16,7	8,1	0,98	0,63	1,78	1,76
16,7	10,0	0,98	0,70	2,52	2,45
16,7	11,7	0,98	0,78	3,80	3,82
16,7	13,0	0,98	0,84	5,82	5,88
16,7	14,0	0,98	0,88	8,56	8,62

Análisis:

- ¿Qué relación hay entre T_1 y T_2 ? ¿Cuál es la relación de T_1 y T_2 con d ?

Las mediciones muestran:

Que el período T_1 de la oscilación fundamental de igual fase es siempre mayor que el período T_2 de la oscilación fundamental en contrafase.

$T_2 < T_1$.

T_1 no depende de la distancia d entre resortes de lámina, o sea, del grado de acoplamiento.

Esto parece evidente, pues la distancia entre los imanes es siempre constante. T_2 es mayor cuanto mayor es la distancia d entre resortes de láminas, o sea, cuanto más flojo es el acoplamiento.

Pero mientras no sea observable un acoplamiento, T_2 permanece menor que T_1 .

- Observar y describir la oscilación de los péndulos de resorte de lámina acoplados.

Mientras disminuyan las oscilaciones del péndulo de resorte de lámina impulsado, crece la amplitud del otro péndulo hasta que el péndulo impulsado esté en reposo y se detenga un momento. Ahí ambos péndulos intercambian los roles. El segundo péndulo transmite con cada oscilación una parte de su energía al primer péndulo hasta éste haya vuelto al estado de reposo, y así.

La oscilación de todo péndulo puede entenderse como un batido provocado por la superposición de las dos oscilaciones fundamentales con períodos T_1 y T_2 .

- Deducción de la expresión para oscilación con batido.

$$y_1 = y_0 \sin \omega_1 \cdot t; \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = 2\pi f_1$$

$$y_2 = y_0 \sin \omega_2 \cdot t; \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = 2\pi f_2$$

$$y = y_1 + y_2 = y_0 (\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 \cdot t) \quad (I)$$

Puesto que $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$, (I) se transforma en:

$$y = (2 y_0 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t) \cdot \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t$$

o bien

$$y = \underbrace{2 y_0 \cos 2\pi \left(\frac{f_2 - f_1}{2}\right) t}_{a_0} \cdot \sin 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t \quad (II)$$

El resultado de la superposición es una oscilación de frecuencia $f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2}$, o sea, el valor medio de las frecuencias de ambas oscilaciones fundamentales.

La amplitud a_0 de esta oscilación varía periódicamente entre 0 y $2y_0$.

Esta variación ocurre dos veces por período.

*Por ende, la cantidad de oscilaciones por segundo, la **frecuencia de oscilación**, es*

$$f_s = f_2 - f_1 \quad (III)$$

- ¿Cuál es la relación de T_s con T_1 y T_2 ?

Verificar mediante cálculo los valores para T_s . ▶ Tabla.

Confirmar la expresión:

$$f_s = f_2 - f_1$$

Si se expresan las frecuencias mediante los períodos correspondientes, se obtiene la ecuación equivalente:

$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}$$

o bien

$$T_s = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 - T_2}$$

Los valores medidos coinciden bien con los calculados.

2 Segundo experimento parcial

Trazado de las oscilaciones de péndulos acoplados.

Montaje:

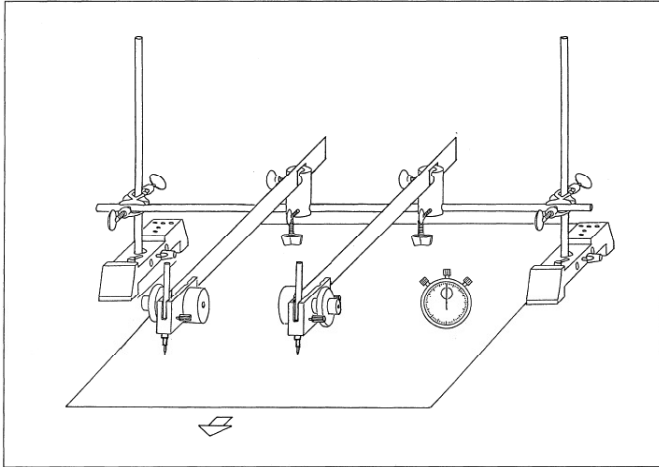


Fig. 3: Montaje:
Péndulos acoplados magnéticamente con la posibilidad de registrar ambas oscilaciones simultáneamente.

- ▶ Figura 3
- Elegir una longitud del resorte de lámina l de entre 5 cm y 10 cm (p. ej., 6,5 cm). Ambos péndulos deben tener el mismo período. Para oscilaciones de ensayo emplear fibras de fieltro de marcador.

Realización:

- Elegir una d de aprox. 10 cm.
- Cuando ambos péndulos estén en reposo, impulsar uno de ellos. Luego, cada uno de ellos debe entrar alternativamente en reposo durante un momento. Si esto no sucediera, corregir el período de oscilación de un péndulo.

Sobre el trazado:

- Extender una hoja de papel siguiendo la figura 3.
- Detener ambos péndulos. Excitar uno de ellos de manera que oscile 3-4 cm.
- Jalar del papel uniformemente en el sentido de las flechas con una velocidad de aproximadamente 1 cm/s.
- Aumentar d de 2 a 3 cm. Repetir el experimento.

Análisis:

- Interpretar los resultados del experimento.

Trazado de las oscilaciones de péndulos acoplados.

Los diagramas de las figuras 4 y 5 muestran muy bien la interacción entre las amplitudes de oscilación de los péndulos acoplados.

Siempre que un péndulo llega al estado de reposo, el otro oscila con amplitud máxima.

El péndulo que se había detenido vuelve entonces a oscilar de inmediato.

Tal como puede observarse muy bien en varios puntos, esto ocurre tras un salto de fase de 180° (▶ Flechas en las figuras 4/5).

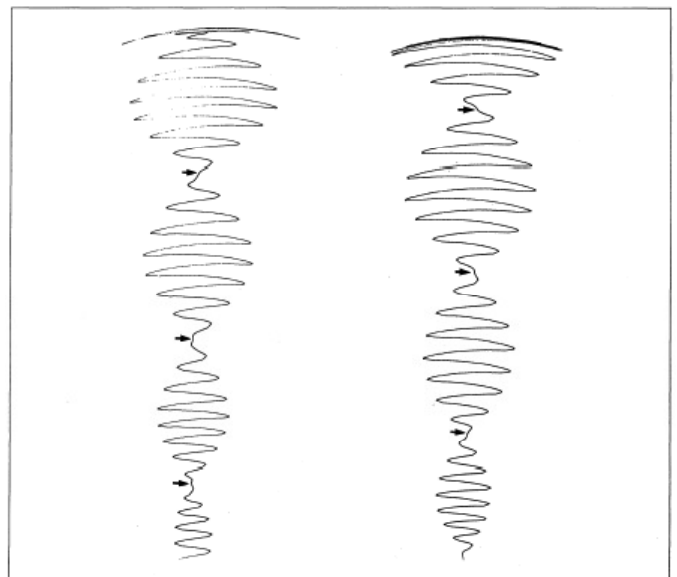


Fig. 4: Diagrama de ambas oscilaciones para péndulos de resorte de lámina acoplados magnéticamente.
Datos: $l = 6,5$ cm; $d = 9,5$ cm
Período de oscilación $T_3 \approx 0,32$ s

Los máximos relativos de amplitud decrecen entre los puntos de reposo (amplitud 0).

Esto es consecuencia del rozamiento entre el marcador de fibra y el papel (▶ Experimento 0.6).



El diagrama de la figura 5 muestra, en comparación con la figura 4, los efectos de aumentar la distancia d entre resortes de lámina, o sea, de un acoplamiento más débil:

Durante un período T_s de un péndulo, o sea, de punto de reposo a punto de reposo, ocurre una mayor cantidad de oscilaciones que para un acoplamiento firme.

Además, estas oscilaciones duran algo más.

Se constata que: El período de oscilación T_s es tanto mayor cuanto más débil es el acoplamiento.

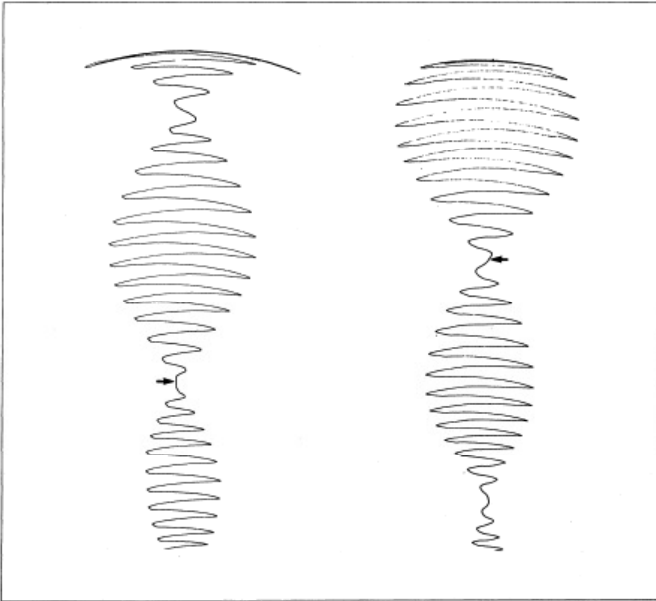


Fig. 5: Diagrama correspondiente a la Fig. 4, pero con $d = 11,0$ cm (en lugar de $9,5$ cm)

NOTA:

Asociando con precisión las oscilaciones de los péndulos acoplados puede también verse cómo el péndulo excitador siempre se adelanta en fase $\frac{\pi}{4}$.

A tal fin se recomienda interrumpir el trazado entre el punto de reposo y la amplitud máxima de un péndulo dejando de tirar del papel.



Transporte de energía en sistemas de péndulos acoplados

Actividades:

- Observar la propagación de una perturbación (oscilación) en sistemas de 2 a 6 péndulos acoplados.
- Comparar los planos de oscilación de cada péndulo con la dirección de propagación.
- Determinar la velocidad de propagación de las oscilaciones.
- *Experimento adicional (experimento del profesor): Generar ondas estacionarias y describirlas.*

Objetivos del experimento:

- *Constatar la aparición de una onda a partir de una oscilación y el transporte de energía en una onda.*
- *Poder observar la diferencia entre ondas longitudinales y transversales.*
- *Entender la velocidad de la onda como velocidad de propagación de la oscilación o de la energía.*
- *Experimento adicional (experimento del profesor): Poder describir las ondas estacionarias mediante nodos y vientres de onda.*

Equipo:

3 bases de soporte MF	301 21
5 varillas de soporte, 50 cm	301 27
5 bloques de soporte	301 25
2 soportes para péndulo de varilla	346 04
3 pares de péndulos de varilla con ejes	346 03
13 asas de soporte fijables	314 04
3 juegos de 6 pesas (se necesitan 13 pesas)	340 85
1 cinta métrica.....	311 78
1 cuerda, longitud aprox. 145 cm	200 703 22
1 lápiz para marcar, p. ej. lápiz universal	309 45
<i>además se necesita</i>	
1 cronómetro	313 07

Montaje:

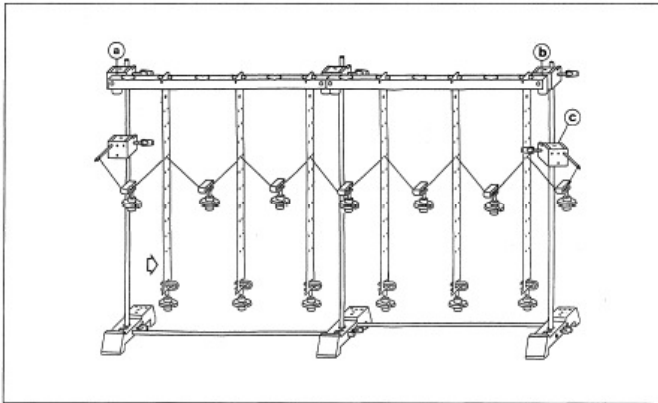


Fig. 1: Montaje de una sencilla máquina de ondas para oscilaciones longitudinales. Sistema de 6 péndulos de varilla acoplados con péndulos simples.

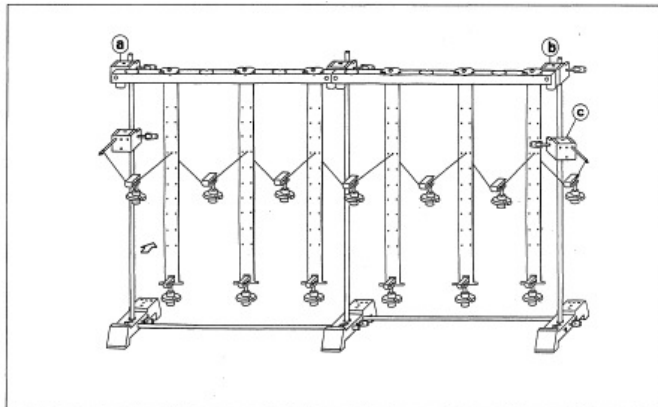


Fig. 2: Montaje de una sencilla máquina de ondas para oscilaciones transversales. Sistema de 6 péndulos de varilla acoplados con péndulos simples.

- Montaje según figura 1; procurar que los soportes para péndulo de varilla en el bloque se soporte (a) se inserten en el orificio *derecho* y los del bloque de soporte (b) en el orificio *izquierdo*.
- Elegir para la cuerda una longitud de aprox. 145 cm. Rematar uno de los extremos de la cuerda con un lazo y practicar una marca cada 20 cm (7x).
- Pasar la cuerda en cada péndulo por el orificio medio de la fila orificios triple. Hacer un lazo en el extremo derecho de la cuerda de manera su sea exactamente de 140 cm.
- Llevar el lazo izquierdo al eje, colgar el lazo derecho en el anillo de retención del eje para evitar corrimientos.
- Colgar las pesas con ayuda de la asas de soporte fijables.
- Disponer así las masas de acople a la misma altura, de modo que las marcas en la cuerda coincidan con el orificio de los péndulos de varilla.
- Colocar inclinado el bloque de soporte (c) de forma que el lazo sea colgado al mismo nivel por el que pasa el hilo.

1 Primer experimento parcial

Propagación de una perturbación (oscilación) en sistemas de 2 a 6 péndulos acoplados.

Montaje:

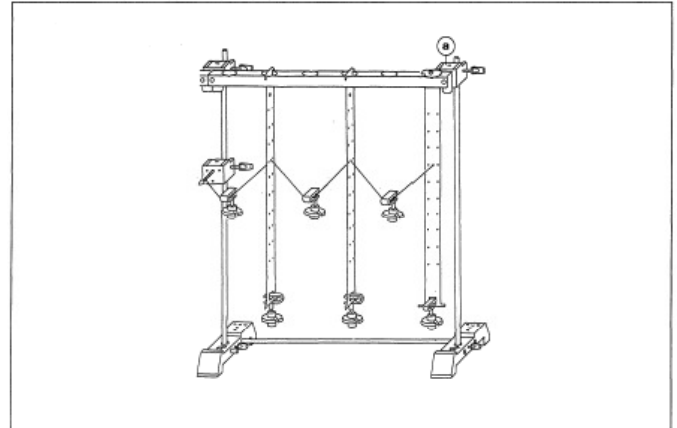


Fig. 3:

- Modificar el montaje según muestra la figura 3. Colgar a modo de tope el 3° péndulo de varilla girado 90°.
- De esta manera pueden formarse sistemas reducidos de 2 a 6 péndulos acoplados; la figura 3 muestra un sistema de 2 péndulos acoplados. (► Experimento 1.1)

Realización:

- Desviar el péndulo izquierdo y soltarlo. ¿Qué se observa? ► Punto 1.5
- Repetir el punto 1.3 para 3, 4, 5 y 6 péndulos acoplados. ¿Qué se observa? ► Punto 1.6

Análisis:

- Describir la oscilación con 2 péndulos. ¿Qué puede decirse sobre la energía de la oscilación?

Primero oscila el 1° péndulo. Comienza a oscilar también el 2° péndulo y luego de un breve lapso oscila sólo el 2° péndulo. A continuación se repite el proceso pero al revés:

Hay un ida y vuelta de la energía de oscilación entre ambos péndulos.

- Describir la oscilación en el montaje con muchos péndulos. ¿Qué puede decirse sobre el transporte de energía?

Tras soltar el 1° péndulo comienzan a oscilar también los péndulos adyacentes.

Empieza a menguar la oscilación del 1° péndulo, finalmente se llega al reposo, mientras los péndulos siguientes siguen oscilando hasta que también éstos llegan al reposo y sólo oscila el último péndulo.

La energía de oscilación va de uno a otro péndulo hasta llegar al último. Aquí tiene lugar un cambio en el sentido del transporte de energía; la oscilación vuelve.

- ¿En qué se diferencian los sistemas de 2 y más péndulos acoplados?

*Se comportan de manera igual, la energía va en un sentido. La propagación de energía (de oscilación) recibe el nombre de **onda**.*



2 Segundo experimento parcial

Planos de oscilación de péndulos individuales en comparación con la dirección de propagación.

Montaje:

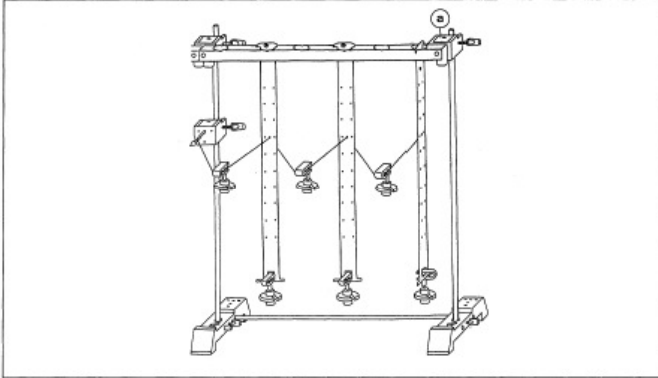


Fig. 4:

- Siguiendo la figura 2 pero análogamente a la figura 4, colgar, a modo de tope, el 3° péndulo de varilla girado 90°.

Indicación:

Al operar la modificación de montaje de la figura 1 a la figura 2, girar todos los péndulos de varilla en igual dirección.

Realización:

- Acorde al experimento parcial 1,

Análisis:

- ¿En qué se diferencian las observaciones de los experimentos parciales 1 y 2?

La transmisión de energía y la dirección de propagación de la oscilación son iguales en ambos experimentos; sólo se diferencian en las oscilaciones individuales:

*En el experimento parcial 1, la oscilación individual transcurre paralela a la dirección de propagación de la onda; en este caso se habla de **ondas longitudinales**.*

*En el experimento parcial 2, la oscilación individual se desplaza de forma transversal (vertical) a la dirección de propagación de la onda; en este caso se habla de **ondas transversales**.*

3 Tercer experimento parcial

Determinación de la velocidad de propagación de una oscilación.

Montaje:

- Montaje según figura 1

Realización:

- Desviar el péndulo izquierdo. Al soltarlo, accionar el cronómetro. La oscilación va de izquierda a derecha; volver a detener el cronómetro al llegar al péndulo externo de la derecha (cuando éste oscile con amplitud máxima).
- Repetir la medición varias veces, ingresar los datos en la tabla y extraer el valor medio. ▶ Tabla
- Repetir el experimento para las ondas transversales; para ello, modificar el montaje según la figura 2.

Observaciones y mediciones:

Tabla

	ondas longitudinales	ondas transversales
$\frac{t}{s}$	13	12
	12	12
	12	13
	14	12
	12	14
valor medio	12	12
$\frac{s}{cm}$	66	66
$\frac{v}{cm s^{-1}}$	5,5	5,5

Análisis:

- Cálculo de la velocidad de propagación según la expresión $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $\Delta s =$ distancia entre ambos péndulos externos = 66 cm
Ingresar los datos en la tabla. ▶ Tabla

- ¿Qué indica la velocidad de propagación?

La velocidad con que se transporta la energía en una onda.

Experimento adicional (experimento del profesor, no figura en la parte para el alumno)

Generación de una onda estacionaria

Montaje:

Según la figura 1 o la figura 2

Realización:

Excitar el péndulo izquierdo de manera uniforme; para ciertas frecuencias se forman ondas estacionarias.

Indicación:

Excitando el último péndulo con fase igual se facilita el experimento.

Se generan ondas estacionarias de 1-2 nodos.



Frecuencias de las ondas estacionarias

Actividades:

- Observar las ondas estacionarias en una cuerda de goma como función de la frecuencia de excitación.
- Obtener ecuaciones que relacionen las siguientes variables:
 f : frecuencia de excitación,
 ℓ : longitud de la cuerda,
 λ : longitud de onda,
 n : cantidad de vientres,
 v : velocidad de fase.
- Estudiar la influencia de una masa adicional m en la formación de ondas estacionarias en una cuerda.

Objetivos del experimento:

- *Constatar que en una cuerda de longitud ℓ sólo pueden formarse ondas estacionarias transversales para determinadas frecuencias $f_n = n \cdot f_1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).*
 f_1 : frecuencia fundamental a la que se genera una onda estacionaria con un vientre.
- *Hallar las expresiones*

$$\frac{\lambda}{2} \cdot n = \ell$$
y

$$v = f_n \cdot \lambda_n = 2 \ell f_1$$
 f : frecuencia de excitación,
 ℓ : longitud de la cuerda,
 λ : longitud de onda,
 n : cantidad de vientres,
 v : velocidad de fase.
- *Reconocer que una masa adicional en la cuerda reduce la distancia entre nodos adyacentes.*

Equipo:

1 cuerda de goma, 1 m	de	200 66 629
2 bases de soporte MF		301 21
1 varilla de soporte, 25 cm		301 26
2 varillas de soporte, 50 cm		301 27
1 indicador	de	301 29
1 mordaza universal		666 615
1 bloque de soporte		301 25
1 eje enchufable		340 811
1 motor STE con palanca oscilante		79 42
1 par de cables de experimentación, 25 cm, rojo, azul		501 44
1 generador de funciones S12		522 62
1 fuente de tensión, 12 V~	p. ej.	522 16
	o bien	562 73
1 cinta de papel oscuro, longitud 1 m, ancho 10 cm		
1 trozo de cinta Tesa, aprox. 10 cm		
1 tijera	p. ej.	667 017

1 Primer experimento parcial

Observar las ondas estacionarias en una cuerda de goma como función de la frecuencia de excitación.

Montaje:

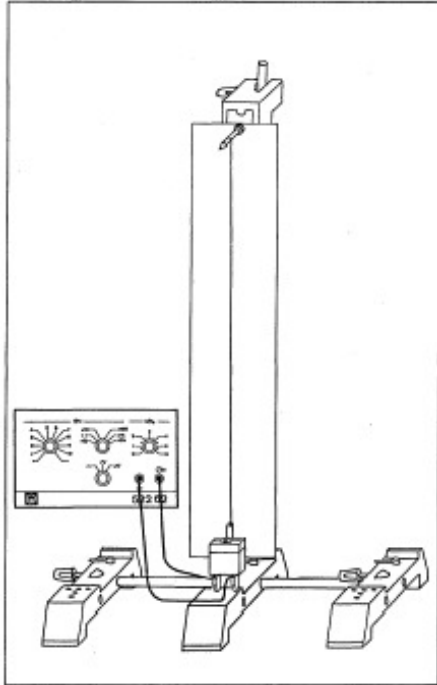


Fig. 1: Montaje experimental para generar ondas estacionarias en una cuerda de goma en función de la frecuencia de excitación. La parte del experimento cubierta con papel se muestra en la Fig. 2.

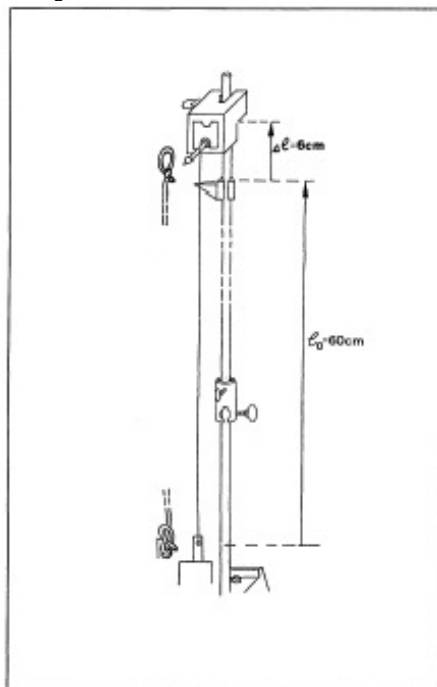


Fig. 1.1: Bosquejos complementarios a la Fig. 1.
 l_0 : longitud de la cuerda de goma sin tensar
 Δl : elongación de la cuerda de goma

- Figura 1 y figura 1.1 Longitud de la cuerda de goma sin elongar: $l_0 = 60$ cm Fijar l_0 con ayuda del indicador. Luego elongar a cuerda de goma aprox. 10 %.

Realización:

- Seleccionar en el generador de funciones una tensión alterna (\sim) $f = 20$ Hz. Regulación de tensión: $U \approx 3 V_s$
- Desplazar el bloque de soporte de manera que se forme un vientre de la mayor amplitud posible.
- Luego, aumentar la frecuencia f lentamente hasta los 100 Hz.
 ¿Para qué frecuencias (lectura gruesa en la escala) se forman ondas estacionarias? Anotar ► Punto 1.6

Análisis:

- Se forman ondas estacionarias para $f = 20$ Hz, 40 Hz, 60 Hz, 80 Hz, 100 Hz.
 $f_1 = 20$ Hz $f_n = n \cdot f_1$ (I)
 Donde n es el número de vientres. ► Figura 2

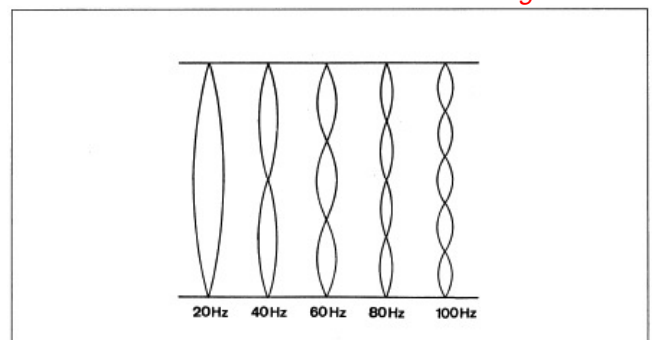


Fig. 2: Formas de oscilación en una cuerda de goma en función de la frecuencia

- ¿Qué relación hay entre las siguientes magnitudes?
 f : frecuencia de excitación
 l : longitud de la cuerda
 λ : longitud de onda
 n : cantidad de vientres
 v : velocidad de fase

Ecuaciones:

Las ondas estacionarias generadas presentan un nodo en los extremos. La distancia entre nodo y nodo es de $\frac{\lambda}{2}$. Luego, sólo aparece una onda estacionaria, si la longitud de la cuerda es múltiplo entero de $\frac{\lambda}{2}$.

$$\frac{\lambda}{2} \cdot n = l, n = 1, 2, 3 \dots \text{ o bien}$$

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}$$

$$n = \frac{2l}{\lambda_n}$$

Si se reemplazan estos valores en (I), se obtiene:

$$f_n = \frac{2l}{\lambda_n} f_1$$

La velocidad de fase es:

$$v = f_n \cdot \lambda_n = 2 \cdot l \cdot f_1$$

La velocidad de fase v es constante para todas las ondas estacionarias en una cuerda (de longitud y tensión determinadas).

2 Segundo experimento parcial

Efecto de una masa adicional m .

Preparación:

- Hacer en la mitad de la cuerda de goma tensada un nudo corredizo con 10 cm de cuerda de goma.
▶ Figura 3
- Para hallar ese punto medio, variar la frecuencia de manera que allí se origine un nodo.

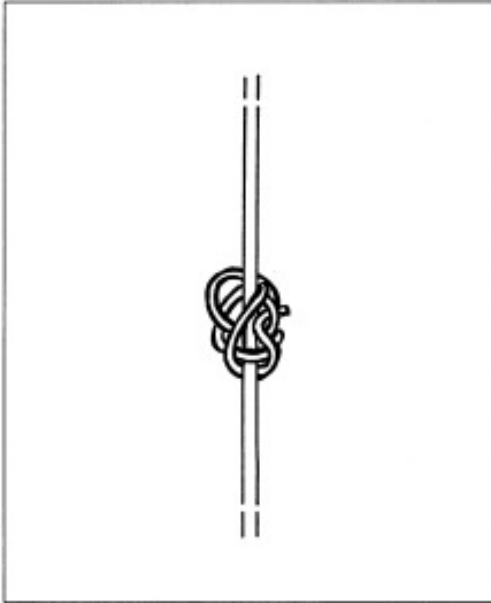


Fig. 3: Nudo corredizo en la cuerda de goma como masa adicional. El nudo está hecho con un trozo de goma de longitud previamente medida.

Realización:

- Elegir la frecuencia de forma que surjan 2 nodos.

Análisis:

- ¿Qué puede observarse?

Si la masa adicional se ubica en un nodo, la figura de onda estacionaria en una cuerda es igual con o sin masa adicional. (▶ Figura 4, izquierda)

De otra forma, los nodos se desplazan. (▶ Figura 4, centro: con masa adicional; derecha: sin masa adicional)

A frecuencia constante, un aumento de la masa de la cuerda implica una reducción de la longitud de onda.

Longitud de la cuerda de goma elongada: $\ell = 66$ cm.

- ¿Qué distancia guardan los nodos entre sí?

Distancia entre nodos arriba y abajo de las masas adicionales $\ell_m = 16$ cm.

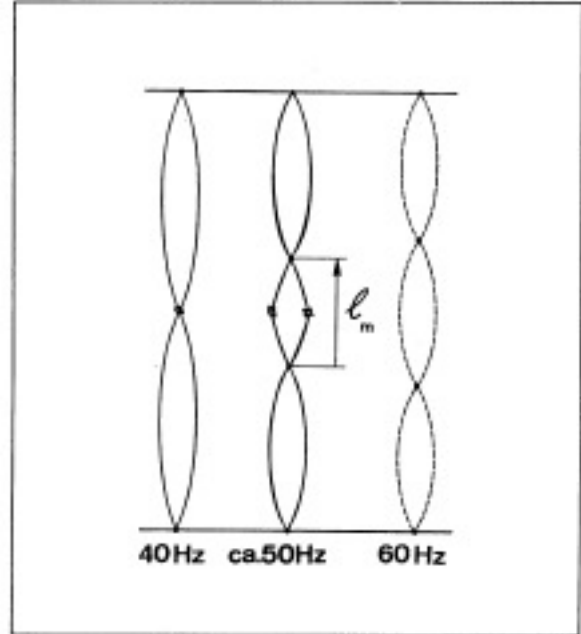


Fig. 4: Izquierda y centro:
1° y 2° oscilación superior de una cuerda de goma con masa adicional en el centro
Derecha:
2. 2° oscilación superior sin masa adicional



Velocidad de fase de ondas en una cuerda

Actividades:

- Obtener la velocidad de fase v de ondas estacionarias y ver su variación según la fuerza tensora F .
- Obtener la relación entre fuerza tensora F de una cuerda y la “masa por unidad de longitud” $\frac{m}{\ell}$ (la llamada masa lineal) a velocidad de fase v constante.
- Hallar la expresión matemática que relaciona v , F y $\frac{m}{\ell}$.
- Obtener dinámicamente la masa de una cuerda de goma por metro, o sea, la masa lineal $\mu = \frac{m}{\ell}$.

Objetivos del experimento:

- Pueden aplicarse los siguientes datos para determinar la velocidad de fase de una onda estacionaria:

$$v = f \cdot \lambda; \lambda = \frac{2\ell}{n}$$

v : velocidad de fase, f : frecuencia de excitación (aquí 50 Hz),
 λ : longitud de onda, ℓ : longitud de la cuerda, n : cantidad de vientres.
Hallar λ (y con ella v) como función de la fuerza tensora F de la cuerda de goma.
- Obtener la relación entre fuerza tensora F de la cuerda y la masa lineal $\frac{m}{\ell}$ (masa de la cuerda por unidad de longitud) a velocidad de fase v constante.
- Hallar la expresión

$$F = \frac{m}{\ell} \cdot v^2$$
- Aplicar la expresión mencionada anteriormente en la forma

$$\frac{m}{\ell} = \frac{F}{v^2} \text{ con } v = \lambda \cdot f$$

para determinar dinámicamente la masa de una cuerda de goma por metro.
Comparar con el valor hallado estáticamente (mediante una balanza).

Equipo:

1 juego de 6 pesas, 50g c/u (se necesitan 4)	34085
1 cuerda, longitud aprox. 1,90 m	200 703 22
1 cuerda de goma, 35 cm	200 666 29
1 cinta métrica	311 78
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
2 bloques de soporte	301 25
1 dinamómetro de tensión y compresión 1,5 N	314 01
1 eje enchufable	340 81
1 asa de soporte fijable	314 04
1 motor STE con palanca oscilante	579 42
1 par de cables de experimentación, 1 m, rojo, azul	501 46
1 generador de funciones S12	522 62
1 fuente de tensión 12 V~	522 16
<i>Para la actividad adicional:</i>	
1 balanza (rango de medición: 200 g, precisión de lectura: 10 mg)	p. ej. 315 05

1 Primer experimento parcial

Velocidad de fase v de ondas estacionarias en una cuerda, dependencia de la fuerza tensora F .

Montaje:

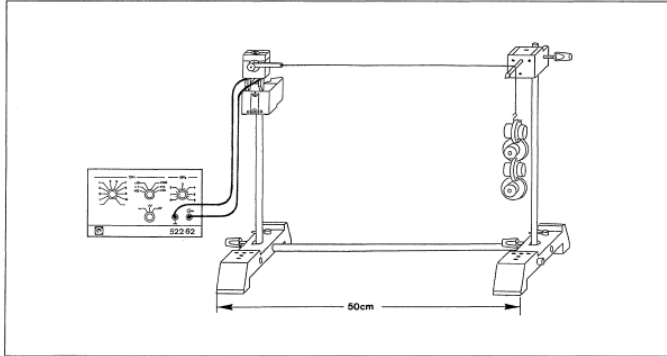


Fig. 1: Montaje experimental para estudiar la velocidad de fase de ondas en una cuerda en función de la fuerza tensora de la cuerda

- ▶ Figura 1
- Seleccionar una longitud de cuerda de aprox. 1,90 m y plegarla en 4 tramos.
- Sujetar la cuerda según muestra la figura 2 y retorcerla levemente.
- Colgar las pesas con ayuda de la asa de soporte fijable.

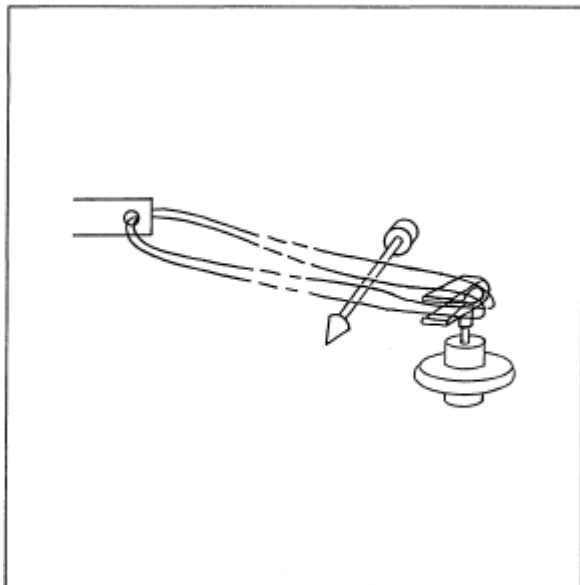


Fig. 2: Confección y sujeción de una cuerda cuádruple. Luego, la cuerda debe ser retorcida un poco

Realización:

Generación de fuerzas tensoras definidas F mediante pesas.

- Seleccionar en el generador de funciones una tensión de $3 V_s$.
- Fijar una frecuencia en el rango x10 de manera que se genere un vientre.
- Ahora extraer pesas hasta que se formen 2 vientres. Mantener siempre la frecuencia constante.

Análisis:

- ¿Qué valor tiene la fuerza tensora F ? Cálculo y verificación experimental con ayuda del dinamómetro.

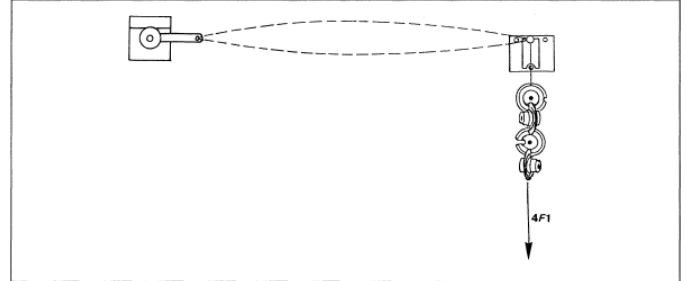


Fig. 1.1: Onda estacionaria en la cuerda. Longitud aprox. 41 cm, frecuencia de excitación $f = 90$ Hz, masa de una pesa: $m = 50$ g (fuerza tensora $F_1 \approx 2$ N)

(▶ Figura 1.1), La fuerza tensora F es

$$m \cdot g = 4 \cdot 50 \text{ g} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,96 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 1,96 \text{ N}$$

El peso de una pesa medido con el dinamómetro es de:

$$F_1 (50 \text{ g}) \approx 0,5 \text{ N}, \text{ luego, } F = 4 F_1 \approx 2 \text{ N}$$

- ¿Qué relación hay entre la velocidad de fase v , la frecuencia f y la longitud de onda λ ?

La velocidad de fase es $v = f \cdot \lambda$

- ¿Qué valor tiene v en el montaje de la figura 1 para un vientre por longitud de cuerda?

En el montaje experimental de la figura 1 se forma un vientre a una frecuencia $f = 90$ Hz

La longitud de onda λ abarca 2 vientres: $\lambda = 2\ell$

La velocidad de fase es, por ende:

$$v = f \cdot 2\ell$$

$$= 90 \text{ Hz} \cdot 2 \cdot 41 \text{ cm} = 73,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- ¿Para qué fuerza tensora F baja la velocidad de fase a la mitad de su valor?

¿Cuántas pesas deben sacarse para alcanzarla?

Si se extraen 3 pesas, se forma un nodo en la mitad de la cuerda.

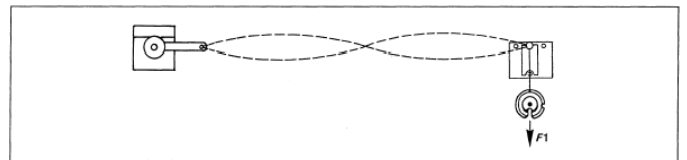


Fig. 1.2: Ondas estacionarias en la cuerda. Longitud aprox. 41 cm, frecuencia de excitación $f = 90$ Hz, masa de una pesa: $m = 50$ g (fuerza tensora $F_1 \approx 0,5$ N)

(▶ Figura 1.2), $F \approx 0,5$ N, $\ell = \lambda$ y

$$v = f \cdot \ell \approx 36,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- ¿Qué relación hay entre v y F ? Hipótesis: La velocidad de fase v se reduce a la mitad cuando se reduce la fuerza tensora F de la cuerda a $\frac{1}{4} F$.

Hipótesis: Entre v y F existe la relación

$$v \sim \sqrt{F} \quad v^2 \sim F$$

Confirmación de la hipótesis ▶ Experimento parcial 2

2 Segundo experimento parcial

Medición de la longitud de onda λ de ondas estacionarias en una cuerda en función de la fuerza tensora F

Montaje:

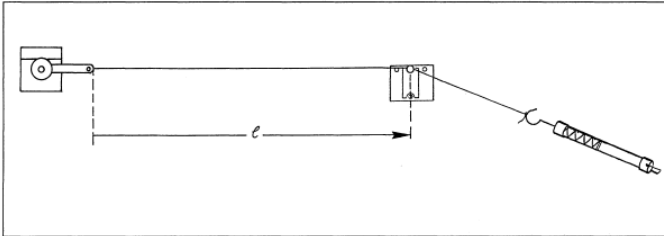


Fig. 3: Montaje experimental según Fig. 1. Medición de fuerza mediante un dinamómetro

- Reemplazar las pesas en el montaje de la figura 1 por el dinamómetro (► Figura 3).

Realización:

- Determinar una longitud l (► Tabla 1).
- Medir las fuerzas tensoras F que producen una onda estacionaria con uno o dos vientres.

Ingresar valores ► Tabla 1

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

$f=90$ Hz				
$\frac{l}{m}$	$\frac{\lambda}{m}$	$\frac{\lambda^2}{m^2}$	$\frac{F}{N}$	$\frac{v^2 = \lambda^2 \cdot f^2}{m^2 s^{-2}}$
0,2	0,4	0,16	0,45	1296
0,2	0,2	0,04	0,1	324
0,3	0,6	0,36	1,0	2916
0,3	0,3	0,09	0,2	729
0,4	0,4	0,16	0,45	1296

Análisis:

- ¿Cuánto vale λ ? Calcular e ingresar valores ► Tabla 1.
- Representar gráficamente λ como función de F ► Figura 4.

NOTA:

A frecuencia constante ($f = 90$ Hz) puede lograrse una determinada longitud de onda λ variando la fuerza tensora F de la cuerda.

La representación gráfica λ (F) (figura 4) muestra una relación no lineal.

- Linealizar la curva (volcar en la 3° columna de la tabla los valores de λ convertidos). ► Tabla 1 y representar gráficamente ► Figura 5.

NOTA:

La representación gráfica de λ^2 (F) da una recta que pasa por el centro de coordenadas.

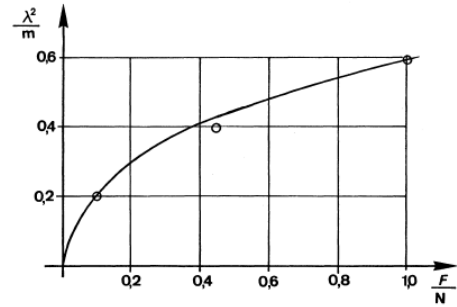


Fig. 4: Longitud de onda λ en la cuerda como función de la fuerza tensora F (frecuencia de excitación $f = 90$ Hz)

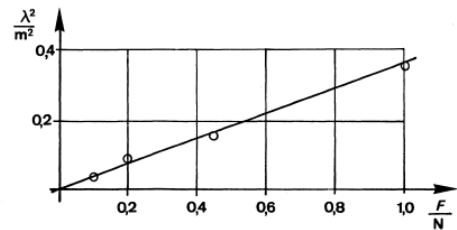


Fig. 5: Linealización de la representación de la Fig. 4, λ como función de F .

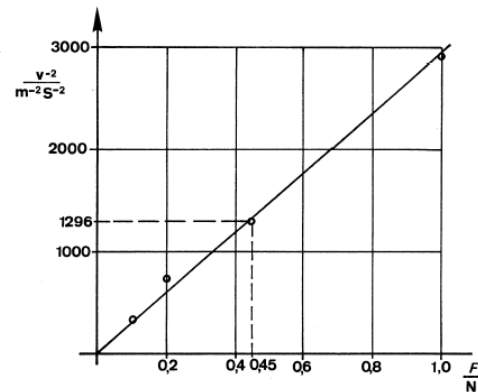


Fig. 6: v^2 como función de la fuerza tensora F

- Confirmación de la hipótesis $F \sim v^2$:
Para ello, calcular v^2 e ingresar los valores en la tabla 1. ► Tabla 1
- Representar en un gráfico v^2 como función de F . ► Figura 6
- Determinar la constante K a partir de la pendiente de la recta:

$$\text{constante} = \frac{\Delta F}{\Delta v^2} \Rightarrow \text{unidad: } [\text{constante}] = \frac{Kg}{m}$$

$$K = 0,35 \text{ g/m}$$



- ¿Qué significado físico tiene la constante K?

La unidad indica una masa/unidad de longitud.

$$K = \frac{m}{\ell} : \frac{\text{Masa}}{\text{Long. cuerda}} (\text{Masa lineal})$$

- Actividad adicional: Verificar la masa lineal $\frac{m}{\ell}$ pesando la cuerda:

Resulta $m = 0,17 \text{ g}$, $\ell = 1,90 \text{ m}$

$$\left(\frac{m}{\ell}\right)_{\text{med.}} = \frac{0,17 \text{ g}}{1,90 \text{ m}} = 0,089 \frac{\text{g}}{\text{m}}$$

⇒ para la cuerda cuádruple es

$$\frac{m}{\ell} = 0,089 \cdot 4 \frac{\text{g}}{\text{m}} = 0,36 \frac{\text{g}}{\text{m}}$$

$$\frac{m}{\ell} = 0,36 \frac{\text{g}}{\text{m}}$$

- Obtención de la ecuación que relaciona la velocidad de fase v con la fuerza tensora F y la masa lineal $\frac{m}{\ell}$:

Con $F \sim v^2$ (▶ 2.7/2.8)

es $F = K \cdot v^2$, donde $K = \frac{m}{\ell}$ (▶ 2.10/2.11)

se obtiene $F = \frac{m}{\ell} \cdot v^2$

$$\text{o bien } v = \sqrt{\frac{F}{K}}$$

(fórmula de Melde)

v : velocidad de fase de la onda en una cuerda

F : fuerza tensora de la cuerda

K : masa por unidad de longitud de la cuerda ($K = \frac{m}{\ell}$)



3 Tercer experimento parcial

Obtención dinámica de la masa de una cuerda de goma por unidad de longitud.

Hallar las expresiones para las masas lineales $\frac{m}{\ell}$ de la cuerda de goma elongada y $\frac{m}{\ell_0}$ de la no elongada.

Montaje:

- Figura 2
Longitud de la cuerda de goma: 35 cm.

Realización:

- Atar la cuerda de goma en los extremos. Elegir una longitud $\ell = 40$ cm.
- Tensar la cuerda de goma con ayuda del dinamómetro.
Leer la fuerza F para la cual se origina un vientre de amplitud máxima.
Ingresar valores ► Tabla 3.
- Repetir el experimento $\ell = 45$ cm.
- La longitud de la cuerda de goma elongada es ℓ .
¿Qué longitud ℓ_0 tiene esta cuerda de goma cuando no está elongada?
Apretar los extremos con las uñas del pulgar y el índice, aflojar la goma y medir la longitud. Anotar en ► Tabla 3

Observaciones y mediciones:

Tabla 3

$f = 50$ Hz

$\frac{\ell}{\text{cm}}$	$\frac{\ell_0}{\text{cm}}$	$\frac{F}{\text{N}}$	$\frac{m}{\ell_0}$ g/m
40	24,5	1,2	1,22
45	25	1,4	1,24

Análisis:

- Con ayuda de los datos de medición, calcular la masa lineal $\frac{m}{\ell_0}$.

NOTA:

Para la masa lineal de la cuerda de goma tensada con la fuerza F se tiene una expresión de la velocidad de fase v

$$\frac{m}{\ell} = \frac{F}{v^2} \quad (I)$$

La masa lineal de la cuerda de goma no tensada es

$$\frac{m}{\ell_0} = \frac{F}{v^2} \cdot \frac{\ell}{\ell_0} \quad (II)$$

La cuerda de goma tensada de longitud ℓ muestra un vientre para la frecuencia f .

Por lo tanto es $\lambda = 2\ell$

$$v = \lambda \cdot f = 2\ell \cdot f \quad (III)$$

Reemplazando (III) en (II) se obtiene:

$$\frac{m}{\ell_0} = \frac{F}{(2 \cdot f)^2 \cdot \ell \cdot \ell_0}$$

Ejemplo de medición 1

$$\left. \begin{array}{l} f = 50 \text{ Hz} \\ \ell = 40 \text{ cm} \\ \ell_0 = 24,5 \text{ cm} \\ F = 1,2 \text{ N} \end{array} \right\} \frac{m}{\ell_0} = 1,22 \frac{\text{g}}{\text{m}}$$

Ejemplo de medición 2

$$\left. \begin{array}{l} f = 50 \text{ Hz} \\ \ell = 45 \text{ cm} \\ \ell_0 = 25 \text{ cm} \\ F = 1,4 \text{ N} \end{array} \right\} \frac{m}{\ell_0} = 1,24 \frac{\text{g}}{\text{m}}$$

- Verificación

Hallar el valor de $\frac{m}{\ell_0}$ mediante una balanza.

Ejemplo de medición:

9,23 m de cuerda de goma pesan 11,2 g

Masa lineal:

$$\frac{m}{\ell} = \frac{11,2 \text{ g}}{9,23 \text{ m}} = 1,21 \text{ g/m}$$

Los valores hallados dinámicamente coinciden bien con éstos.

NOTA:

Pueden hacerse otros experimentos interesantes empleando cuerdas hechas con trozos de cuerda de distintas masas lineales.

En éstas, el producto masa lineal x (longitud de onda)² da el mismo valor para todas las partes de la cuerda.



Velocidad de fase de ondas en un resorte helicoidal

Actividades:

- Determinar la longitud de onda ℓ y la velocidad de fase v de una onda estacionaria en un resorte helicoidal.
- Obtener la relación entre la velocidad de fase v la longitud ℓ del resorte helicoidal girado.
- Controlar la ecuación hallada experimentalmente con ayuda de la ecuación para la velocidad de fase en cuerpos elásticos.

Objetivos del experimento:

- Poder obtener la longitud de onda ℓ y la velocidad de fase v mediante ondas estacionarias en un resorte helicoidal.
- Llegar a la relación $v \sim \ell$ a partir de la independencia de la cantidad de nodos de las ondas estacionarias en un resorte helicoidal respecto de la longitud del resorte ℓ .
Averiguar la constante de proporcionalidad K .
- En base a la fórmula para cuerpos elásticos

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E : módulo de elasticidad

ρ : densidad

deducir la fórmula para resortes helicoidales:

$$v = \sqrt{\frac{D}{m_0} \ell}$$

d : constante del resorte

m_0 : masa del resorte

ℓ : longitud del resorte (elongado)

Comparar K con $\sqrt{\frac{D}{m_0}}$.

Equipo:

1 resorte helicoidal A/ 0,1 N cm ⁻¹	352 07
o bien	
1 resorte helicoidal A/0,25 N cm ⁻¹	352 08
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 50 cm	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
1 bloque de soporte	301 25
1 eje	34603
1 motor STE con palanca oscilante	579 42
1 cuerda de goma, longitud 16 cm	200 666 29
1 cinta métrica	311 78
1 dinamómetro de tensión y compresión 1,5 N	314 01
1 fuente de tensión 3 V~	522 16
1 par de cables de experimentación, 50 cm, rojo, azul	501 45
1 balanza	315 05

1 Primer experimento parcial

Determinación de la longitud de onda λ y la velocidad de fase v de una onda estacionaria en un resorte helicoidal.

Montaje:

- Figura 1 / Figura 2

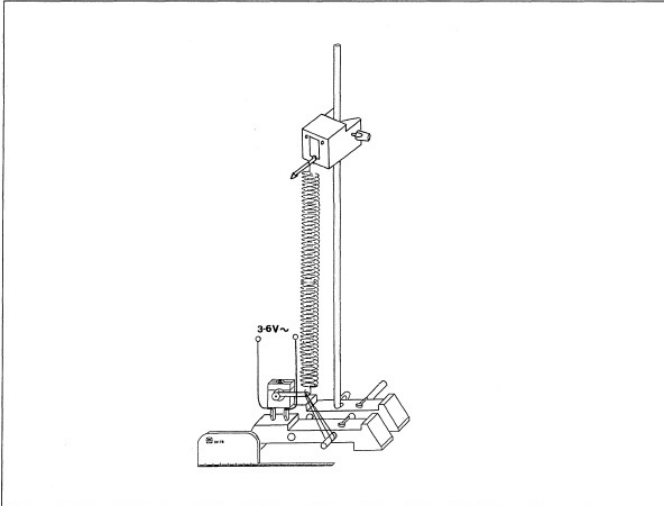


Fig. 1: Montaje experimental para generar ondas estacionarias en un resorte helicoidal.
Frecuencia de excitación: $f = 50$ Hz

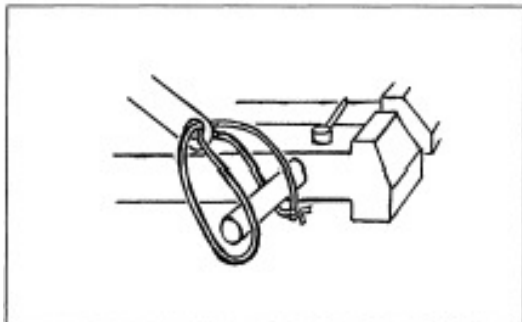


Fig. 2: Bosquejo complementario a la Fig. 1.
Atado de la palanca oscilante con un lazo de goma (circunferencia del lazo: 15 cm)

Realización:

- Medir la longitud ℓ_0 del resorte no elongado e ingresar los valores ► Tabla 1.
- Elongar el resorte helicoidal del montaje al doble de su longitud ℓ_0 ($\ell = 2 \ell_0$). Anotar $2 \ell_0$ ► Tabla 1.

NOTA:

El experimento puede realizarse con cualquiera de los dos resortes helicoidales (A o B).

- ¿En qué puntos del resorte se forman nodos? Anotar la cantidad ► Tabla 2.
Dar los números (contados desde abajo) de las espiras que no oscilan.

► Tabla 2

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

Longitud del resorte helicoidal (ejemplo de medición)

	no elongado	elongado el doble
resorte (A)	$\ell_0 = 6,6$ cm	$2 \ell_0 = 13,2$ cm
resorte (B)	$\ell_0 = 7,3$ cm	$2 \ell_0 = 14,6$ cm

Tabla 2

	resorte (A)	resorte (B)
cantidad de vientres	5	3
cantidad de nodos	5	3
nodos número de espira (contado desde abajo)	9/25/40/56/71	19/50/80

Análisis:

- ¿Cómo oscila el resorte helicoidal excitado a 50 Hz? Comparación con una onda en una cuerda.

Se forman ondas estacionarias longitudinales.

Determinadas espiras permanecen en reposo (nodos), mientras que las partes intermedias oscilan con fuerza (vientres).

Un dato característico es un nodo en el extremo superior y un vientre en el extremo inferior del resorte helicoidal.

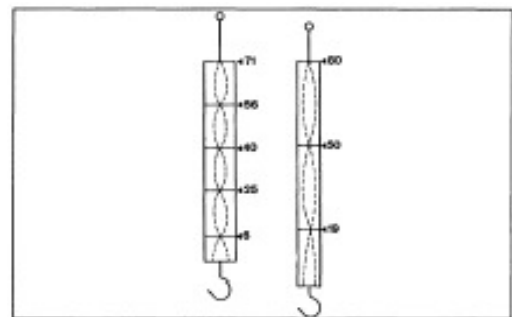


Fig. 3: Situación de los nodos y vientres para los resortes helicoidales (A) y (B) con una frecuencia de excitación $f = 50$ Hz.
Las cifras brindan los números de las espiras situadas en los nodos.



– ¿Cuánto vale la longitud de onda λ ?

Resorte A:

Entre la 9° espira y la 71° espira hay 4 vientres.

$$4 \cdot \frac{\lambda}{2} \triangleq (71 - 9) \text{ Espiras}$$

$$\lambda \triangleq 31 \text{ Espiras}$$

$$2 \ell_0 = 13,2 \text{ cm} = 71 \text{ espiras}$$

$$\frac{\lambda}{13,2 \text{ cm}} = \frac{31}{71}$$

$$\lambda = \frac{31}{71} \cdot 13,2 \text{ cm.}$$

$$\lambda = 5,76 \text{ cm.}$$

Resorte B:

Entre la 19° espira y la 80° hay dos vientres.

$$2 \cdot \frac{\lambda}{2} = (80 - 19) \text{ espiras,}$$

$$\lambda = 61 \text{ espiras,}$$

$$\frac{\lambda}{14,6 \text{ cm}} = \frac{61}{80}$$

$$\lambda = \frac{61}{80} \cdot 14,6 \text{ cm,}$$

$$\lambda = 11,13 \text{ cm.}$$

– ¿Cuánto vale la velocidad de fase v ?

Velocidad de fase v para ondas estacionarias en el resorte helicoidal A con longitud doble:

$$v = \lambda \cdot f = 5,76 \text{ cm} \cdot 50 \text{ Hz} = 288 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Resorte helicoidal B:

$$v = \lambda \cdot f = 11,13 \text{ cm} \cdot 50 \text{ Hz} = 557 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

2 Segundo experimento parcial

Obtener la relación entre la velocidad de fase v y la longitud ℓ del resorte helicoidal elongado.

Montaje:

Como el experimento parcial 1

Realización:

– Estirar el resorte excitado desplazando el bloque de soporte.

Análisis:

– ¿Qué puede observarse?

Si se estira el resorte excitado dejando constante la frecuencia de excitación f , se mantiene la cantidad de nodos y de vientres.

– ¿Qué conclusiones pueden extraerse respecto de la relación entre la longitud de onda λ y la longitud ℓ del resorte elongado?

La longitud de onda λ es directamente proporcional a la longitud ℓ del resorte.

– ¿Cómo es la relación entre la velocidad de fase v y la longitud ℓ del resorte?

A f constante, $v = f \cdot \lambda$ es también proporcional a la longitud ℓ del resorte.

Resorte A:

$$\lambda = \frac{31}{71} \cdot \ell$$

$$\lambda = 0,437 \ell$$

$$v = \lambda \cdot f = 0,437 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot \ell$$

$$v = K \cdot \ell$$

$$K = 21,8 \text{ Hz}$$

$$(\ell_0 = 6,6 \text{ cm} < \ell < 3 \ell_0)$$

Resorte B:

$$\lambda = \frac{61}{80} \cdot \ell$$

$$\lambda = 0,763 \ell$$

$$v = \lambda \cdot f = 0,763 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot \ell$$

$$v = K \cdot \ell$$

$$K = 38,1 \text{ Hz}$$

$$(\ell_0 = 7,3 \text{ cm} < \ell < 3 \ell_0)$$



Verificación de la expresión hallada experimentalmente:

- Para la velocidad de fase en cuerpos elásticos vale la fórmula

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E : módulo de elasticidad,
 ρ : densidad del cuerpo.

Esta relación puede aplicarse al resorte helicoidal.

Se obtiene una expresión que muestra a v como función de la constante del resorte D , de la masa del resorte m_0 y de la longitud del resorte ℓ .

¿Qué expresiones relaciones vinculan λ con ℓ

y v con ℓ ?

La constante K que aparece en las expresiones hay que compararla con el valor hallado en la experiencia.

Ecuación del resorte helicoidal para la velocidad de fase v :

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Usando las fórmulas del resorte helicoidal

$$E = \frac{D \cdot \ell}{A}$$

$$\rho = \frac{m_0}{A \cdot \ell}$$

D : constante del resorte,

ℓ : longitud del resorte,

A : área transversal del resorte,

m_0 : masa del resorte

$$\frac{E}{\rho} = \frac{D \ell^2}{m_0}$$

$$v = \ell \sqrt{\frac{D}{m_0}}$$

Para la constante de proporcionalidad hallada experimentalmente se tiene entonces

$$K = \frac{f_1}{4}$$

y para la velocidad de fase:

$$v = \frac{f_1}{4} \cdot \ell$$

Comparación de la constante K hallada

experimentalmente con $\sqrt{\frac{D}{m_0}}$

Resorte A

$$D = 0,1 \frac{N}{cm} \quad \left(\frac{N}{cm} = \frac{1000 g \cdot 100 cm}{s^2 \cdot cm} \right)$$

$$m_0 = 22,2 g$$

$$\sqrt{\frac{D}{m_0}} = 21,2 \text{ Hz}$$

Valor hallado experimentalmente:

$$K = \frac{31}{71} 50 \text{ Hz} = 21,8 \text{ Hz}$$

(diferencia: 2,7 %)

Resorte B

$$D = 0,25 \frac{N}{cm}$$

$$m_0 = 18,4 g$$

$$\sqrt{\frac{D}{m_0}} = 36,9 \text{ Hz}$$

Valor hallado experimentalmente:

$$K = \frac{61}{80} 50 \text{ Hz} = 38,1 \text{ Hz}$$

(diferencia: 3,2 %)

NOTA:

Si en

$$v = \lambda \cdot f = \sqrt{\frac{D}{m_0}} \cdot \ell \text{ se reemplaza}$$

$$\ell = \frac{\lambda}{4}, \text{ se obtiene la frecuencia de la oscilación}$$

fundamental:

$$f_1 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{D}{m_0}}$$

Acerca de la masa de reemplazo en un péndulo de resorte helicoidal:

Para el período de oscilación de un péndulo de resorte vale la fórmula

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \quad m: \text{ masa del péndulo}$$

La masa m_0 del resorte helicoidal y el factor k entran en la ecuación de las oscilaciones si la masa suspendida en el péndulo es nula.

$$\text{Se tiene } T = 2\pi \sqrt{\frac{km_0}{D}} = \frac{1}{f_1} = 4 \sqrt{\frac{m_0}{D}}$$

$$\text{Luego, } k = \frac{4}{\pi^2}$$

► Experimento 03: "Péndulo de resorte helicoidal" (Oscilaciones mecánicas)



Ondas estacionarias en un resorte helicoidal Nodos y vientres en función de la frecuencia de excitación

Actividades:

- Observar las ondas estacionarias en un resorte helicoidal como función de la frecuencia de excitación.
- Describir cuantitativamente las observaciones hechas mediante ecuaciones que relacionen las siguientes variables:
 f : frecuencia de excitación,
 n : número de nodos ($n = 1, 2, 3 \dots$),
 $n-z$: número de vientres ($n = 1, 2, 3 ; 0 < z < 1$),
 λ : longitud de onda,
 ℓ : longitud del resorte helicoidal elongado,
 v : velocidad de fase.
- Cálculo del número n de nodos para la frecuencia de excitación $f = 50$ Hz.

Objetivos del experimento:

- *Constatar que un resorte helicoidal exhibe ondas estacionarias longitudinales cuyo número de nodos aumenta en 1 si la frecuencia de excitación f aumenta un Δf constante. El valor aproximado de Δf se obtiene leyendo en el generador de funciones.*

- *Hallar las expresiones para ondas estacionarias en el resorte helicoidal:*

$$(n-z) \frac{\lambda}{2} = \ell; n = 1, 2, 3, \dots$$

$$0 < z < 1$$

$$f(n, z) = \frac{n-z}{2} f_1$$

$$f_1 = \frac{v}{\ell} = \sqrt{\frac{D}{m_0}}$$

n número de nodos o vientres,

z número entre 0 y 1,

λ longitud de onda,

ℓ longitud del resorte helicoidal elongado,

v : velocidad de fase,

f : frecuencia de excitación,

D : constante del resorte,

m_0 : masa del resorte helicoidal.

- *Poder calcular el número n de nodos para una determinada frecuencia de excitación f .*

Equipo:

1 resorte helicoidal A/ 0,1 N cm ⁻¹	352 07
o bien	
1 resorte helicoidal A/0,25 N cm ⁻¹	352 08
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 50 cm	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
1 bloque de soporte	301 25
1 eje	346 03
1 motor STE con palanca oscilante	579 42
1 cuerda de goma, longitud 16 cm	200 666 29
1 cinta métrica	311 78
1 generador de funciones S12	522 62
1 fuente de tensión 12 V~	522 16
o bien	562 73
1 par de cables de experimentación, 50 cm, rojo, azul	501 45



Montaje:

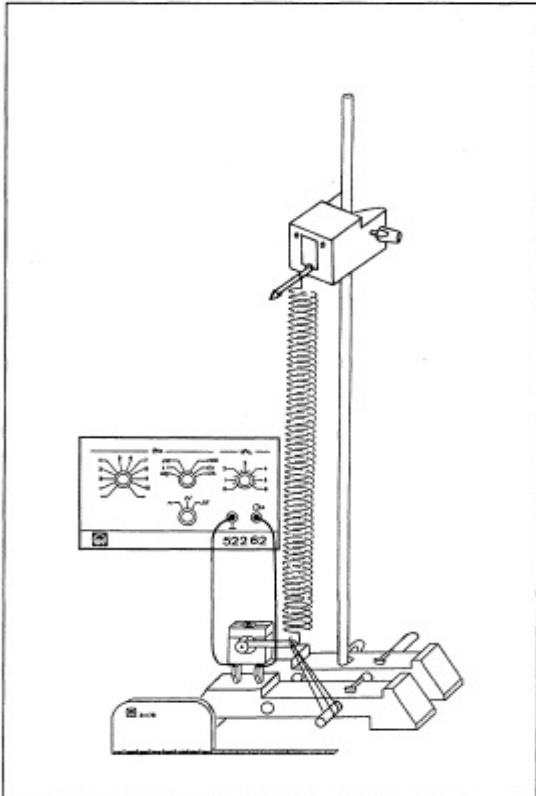


Fig. 1: Montaje experimental para generar ondas estacionarias en un resorte helicoidal

- ▶ Figura 1, ▶ Figura 2
- Elongar el resorte helicoidal al doble de su longitud ℓ_0 ($\ell = 2 \ell_0$).

Realización:

- Seleccionar en el generador de funciones una tensión $U = 3 \text{ V}_s$.
- Aumentar lentamente la frecuencia.

Análisis:

- ¿Qué puede observarse?
Realizar una descripción lo más exacta posible.

Observación de las ondas estacionarias en un resorte helicoidal como función de la frecuencia de excitación:

Resorte A:

A aprox. 10 Hz el resorte helicoidal oscila intensamente. Exhibe un nodo en el extremo superior y un vientre en el inferior.

Al seguir aumentando la frecuencia, la figura de las oscilaciones se distorsiona.

A aprox. 20 Hz se exhiben 2 nodos: uno en el extremo superior y el otro un poco por debajo del centro del resorte helicoidal.

Al seguir aumentando la frecuencia, la figura de las oscilaciones se distorsiona de nuevo.

A aprox. 30 Hz se exhiben 3 nodos:

A aprox. 40 Hz son 4 los nodos, etc.

A aprox. 100 Hz son 10 los nodos.

NOTA: Cuando la frecuencia de excitación se incrementa en 10 Hz, se forma un nodo adicional.

Dado que cada nodo nuevo implica un vientre, el número de vientres aumenta de la misma manera.

Resorte B:

A aprox. 18 Hz el resorte helicoidal oscila intensamente. Exhibe un nodo en el extremo superior y un vientre en el inferior.

Al seguir aumentando la frecuencia, la figura de las oscilaciones se distorsiona.

A aprox. 30 Hz se exhiben 2 nodos: uno en el extremo superior y el otro un poco por debajo del centro del resorte helicoidal.

Al seguir aumentando la frecuencia, la figura de las oscilaciones se distorsiona de nuevo.

A aprox. 47 Hz se exhiben 3 nodos,

a 64 Hz, 4 nodos,

a 80 Hz, 5 nodos,

a 97 Hz, 6 nodos.

NOTA: Cuando la frecuencia de excitación se incrementa en aprox. 16 Hz, se forma un nodo adicional. Dado que cada nodo nuevo implica un vientre, el número de vientres aumenta de la misma manera.

Descripción cuantitativa de las observaciones mediante ecuaciones

- ¿Qué relación se obtiene entre la longitud de onda λ y la longitud del resorte ℓ para una onda estacionaria en un resorte helicoidal?
Obsérvese que el extremo del resorte no tiene por qué coincidir exactamente con un vientre.
Las diferencias pueden describirse con ayuda de un número z , que puede tomar valores entre 0 y 1.
▶ Figura 3

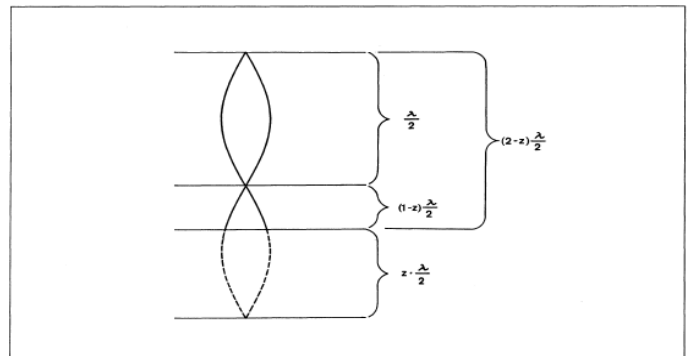


Fig. 3: Clasificación de un vientre en el extremo de un resorte helicoidal mediante un número z . El número z indica qué fracción de la distancia $\lambda/2$ de un nodo al próximo falta.

Descripción cuantitativa de las observaciones

Las ondas estacionarias en el resorte helicoidal del montaje de la figura 1 tienen

- arriba siempre un nodo

- abajo ningún nodo

Por ello, la longitud ℓ del resorte no es múltiplo entero de

$$\frac{\lambda}{2}$$

Del número entero n en $n \cdot \frac{\lambda}{2}$ puede deducirse un cierto número z cuyo valor está entre 0 y 1

(vientre, si $z = \frac{1}{2}$)



Por lo tanto

$$(n-z) \frac{\lambda}{2} = \ell \quad (I)$$

n : cantidad de vientres = cantidad de nodos ($n = 1, 2, 3, \dots$)

ℓ : longitud del resorte (elongado)

o bien

$$\lambda = \frac{2\ell}{n-z} \quad (II)$$

Para la velocidad de fase se tiene:

$$v = f \cdot \lambda \quad (III)$$

Si se reemplaza el valor de λ hallado en (II), se obtiene:

$$v = f \cdot \frac{2\ell}{n-z} \quad (IV)$$

$$f = \frac{n-z}{2} \cdot \frac{v}{\ell} \quad (V)$$

Para un análisis posterior ▶ Experimento 17

$\frac{v}{\ell}$ representa una magnitud constante característica del resorte helicoidal: la frecuencia

$$f_0 = \sqrt{\frac{D}{m_0}} \quad (VI)$$

D : constante del resorte

m_0 : masa del resorte

Aplicación a los resortes del juego

Resorte A:

$$f(n,z) = \frac{n-z}{2} f_1;$$

$$f_1 = \sqrt{\frac{D}{m_0}} = \sqrt{\frac{0,1 \text{ N cm}^{-1}}{22,2 \text{ g}}} = 21,2 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned} f(n,z) &= (n-z) \frac{f_1}{2} \\ &= (n-z) 10,6 \text{ Hz} \end{aligned} \quad \Delta f$$

La diferencia de frecuencia por cada nodo o vientre es

$$\Delta f = 10,6 \text{ Hz.}$$

(valor aproximado hallado experimentalmente: 10 Hz)

Resorte B:

$$f(n,z) = (n-z) \frac{f_1}{2}$$

$$f_1 = \sqrt{\frac{0,25 \text{ N cm}^{-1}}{18,4 \text{ g}}} = 36,9 \text{ Hz}$$

$$f(n,z) = (n-z) 18,4 \text{ Hz}$$

$$\Delta f$$

(valor aproximado hallado experimentalmente: 16 Hz)

- Hay que calcular el número n de nodos que exhibe el resorte helicoidal cuando es excitado a $f = 50 \text{ Hz}$.

Resorte A:

$$n-z = \frac{f(n,z)}{\Delta f} = \frac{50 \text{ Hz}}{10,6 \text{ Hz}} = 4,72 = 5 - 0,28$$

$$\underline{n = 5} \quad (z = 0,28)$$

Resorte B:

$$n-z = \frac{f(n,z)}{\Delta f} = \frac{50 \text{ Hz}}{18,4 \text{ Hz}} = 2,72 = 3 - 0,28$$

$$\underline{n = 3} \quad (z = 0,28)$$

El examen experimental confirma los resultados. Experimento 17/Figura3

Sugerencia para otros experimentos:

Enganchar ambos resortes helicoidales (A) y (B) uno detrás del otro, según muestra la figura 4, y excitarlos para que oscilen.

Observación de distintas longitudes de onda para una misma frecuencia.

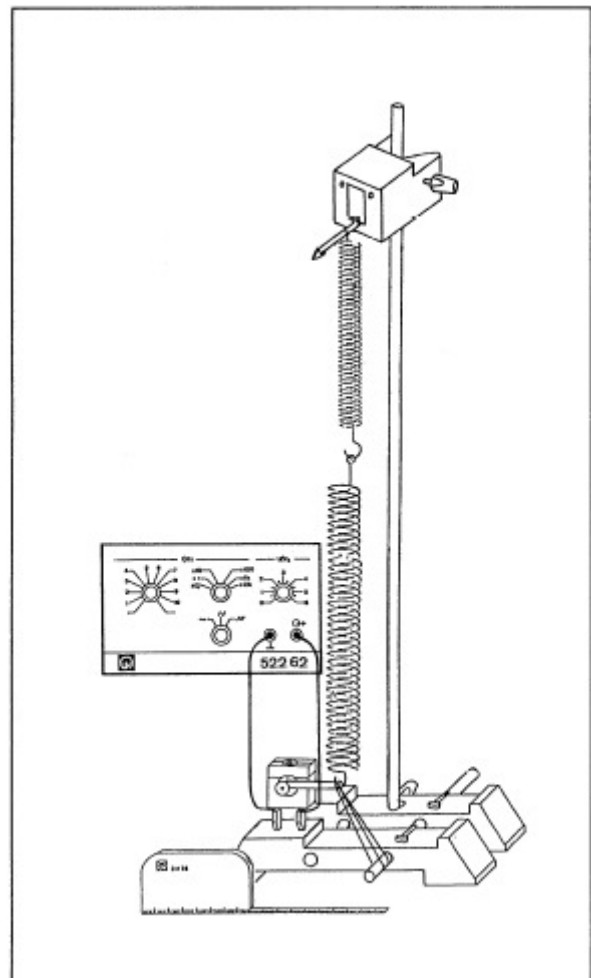


Fig. 4: Montaje experimental para generar ondas estacionarias con dos resortes helicoidales conectados en serie.



Superposición de ondas de igual frecuencia en una cuerda

Actividades:

- Observar la superposición de ondas de igual frecuencia en una cuerda
 - a) para fase igual,
 - b) para contrafase.
- Actividad adicional:
Hallar la velocidad de fase de las ondas en una cuerda.

Objetivos del experimento:

- *Constatar que dos ondas de igual frecuencia en sendas cuerdas que se transmiten a una tercera cuerda pueden formar ondas estacionarias en los distintos tramos de cuerda, donde se verifica que*
 - a) *para ondas 1 y 2 con igual fase:*
 $s_1 + s_2 = s_3$
 s_1 : *amplitud de la onda estacionaria 1*
 s_2 : *amplitud de la onda estacionaria 2*
 s_3 : *amplitud de la onda estacionaria 3 a causa de la superposición*
 - b) *para ondas 1 y 2 en contrafase:*
 $s_1 - s_2 = s_3$
donde $s_3 = 0$, si $s_1 = s_2$
- *Poder hallar la velocidad de fase para ondas estacionarias.*

Equipo:

1 cuerda de goma, 1 m	de	200 666 29
4 bases de soporte		301 21
2 varillas de soporte, 50 cm		301 27
1 varilla de soporte, 25 cm		301 26
2 motores STE con palanca oscilante		579 42
1 cinta métrica.....		311 78
1 par de cables de experimentación, 50 cm, rojo, azul		501 45
1 par de cables de experimentación, 1 m, rojo, azul		501 46
1 generador de funciones S12		522 62
1 fuente de tensión 12 V~	p. ej.	522 16
	o bien	562 73

Montaje:

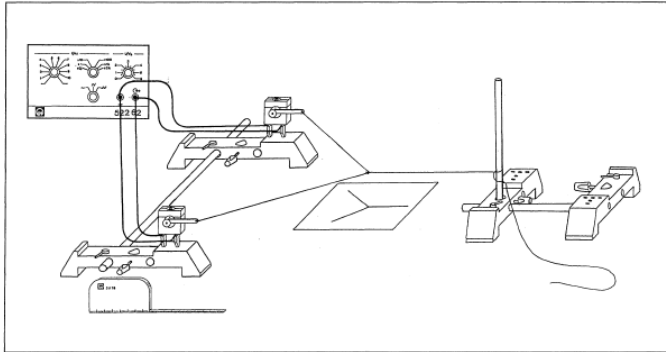


Fig. 1: Montaje experimental para observar la superposición de ondas de igual frecuencia en una cuerda. Aquí las palancas oscilantes se mueven en contrafase.

- ▶ Figura 1
 - Separar las bases de soporte de forma que ambas palancas oscilantes disten 40 cm entre sí.
 - Cortar 45 cm de cuerda de goma y atar los extremos a las palancas oscilantes.
Longitud de la cuerda de goma sin tensar: 40 cm
 - Cortar un segundo tramo de cuerda de goma, de 55 cm, y atarlo al primer tramo, como muestra la figura 2, para formar una T.
- El nudo debe ser corredizo.

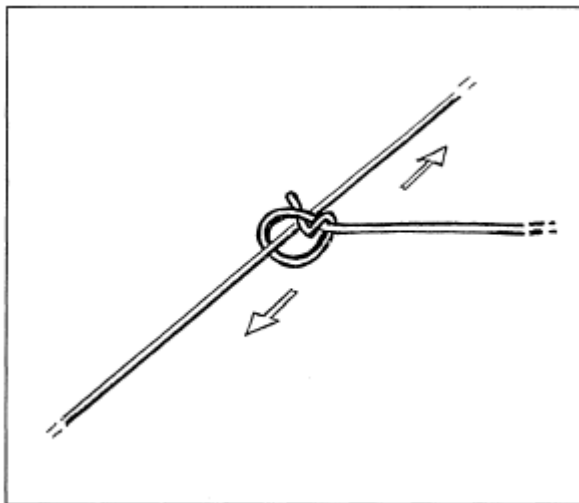


Fig. 2: Bosquejo complementario a la Fig. 1. Anudamiento en T de dos cuerdas de goma con nudo corredizo

- Desplazar el nudo a la mitad de la primera cuerda de goma.
Atar el extremo libre de la cuerda de goma.
Longitud de la segunda cuerda de goma de nudo a nudo: 20 cm
- Aumentar la distancia entre palancas oscilantes a $\ell = 42$ cm (▶ Figura 3).
Desplazar a la derecha la base de soporte derecha (sin motor), de modo que el montaje quede como muestra la figura 1. Valores fijados en el generador de funciones:
tensión: 3 V_s
tipo de tensión: ~-
frecuencia: aprox. 50 Hz

*NOTA: La longitud de cada uno de los tres tramos sin tensar debe ser de 20 cm.
Con una distancia de 42 cm entre palancas oscilantes hay que desplazar la base de soporte derecha unos 12 cm a la derecha para tensar las cuerdas.*

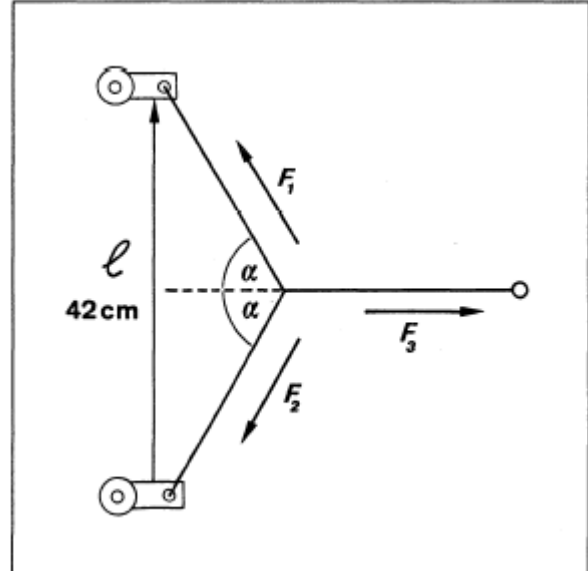


Fig. 3: Bosquejo de control para la Fig. 1: Descomposición de las fuerzas tensoras



1 Primer experimento parcial

Realización:

Excitación en fase

- Conexión eléctrica de los motores según figura 1. Para comprobar que las palancas oscilantes se mueven en fase, fijar el selector de rango del generador de funciones en $x 0,1$.
- Volver a seleccionar una frecuencia de excitación de 50 Hz y correr la base de soporte derecha de forma que haya igual fuerza tensora en cada tramo. Para comparar ▶ Figura 3
- Seleccionar un ángulo α de 60° (figura 3), de modo que los valores de F_1 , F_2 y F_3 sean iguales.

NOTA: Las tres cuerdas forman entre sí ángulos de 120° .

Cada uno de los tres tramos mide, sin tensar, 20 cm. Al desplazar la base de soporte derecha a la derecha, el tramo de cuerda de la derecha se elonga, en un principio, más que los otros dos.

Las fuerzas en los tres tramos de cuerda serán iguales cuando los tramos elongados vuelvan a tener igual longitud.

Un cálculo sencillo da, para la cuerda tensada, una longitud de:

$$\frac{42 \text{ cm}}{\sqrt{3}} = 24,2 \text{ cm} \quad (\text{▶ Figura 5})$$

Longitud de la cuerda de goma no elongada: 20 cm

Factor de elongación: 1,21

- Las amplitudes de las ondas estacionarias de las dos cuerdas de goma de la izquierda deben tener igual valor. De ser necesario, correr un poco el nudo.
- Sujetar una de las cuerdas a la izquierda y e impedir que oscile. Observar qué ocurre.
▶ Punto 1.13

Análisis:

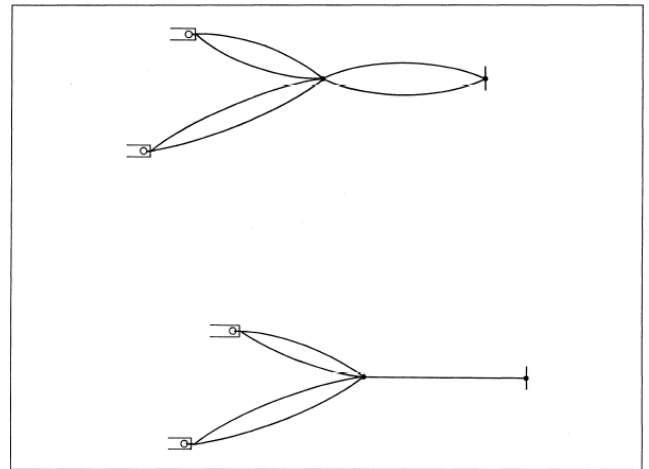


Fig. 4: Figuras de oscilaciones para ondas estacionarias en una cuerda (representación en perspectiva caballera)
Arriba: para excitador en fase
Abajo: para excitador en contrafase

Comparar entre sí los tres tramos de cuerda.

Las amplitudes se suman ▶ Figura 4, arriba.

- Observación sujetando una de las cuerdas de goma de la izquierda:

Al sujetar una de las cuerdas de goma de la izquierda se anula uno de los sumandos.

Entonces, la amplitud de la oscilación de la cuerda a la izquierda del nudo es igual a la amplitud de la cuerda a la derecha del nudo.

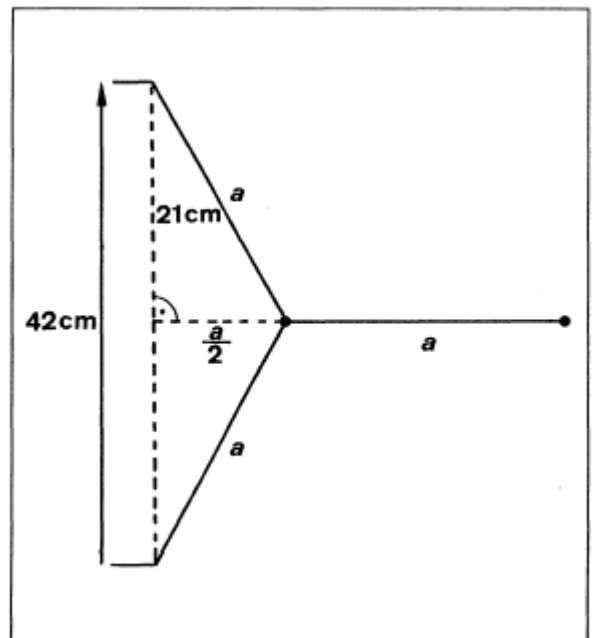


Fig. 5: Esquema para calcular las longitudes de las cuerdas de goma



2 Segundo experimento parcial

Realización:

- Cambiar la conexión de tensión en uno de los motores. Para comprobar que las palancas oscilantes se mueven en contrafase, fijar el selector de rango del generador de funciones en $\times 0,1$.
- Volver a seleccionar una frecuencia de excitación de 50 Hz.
- Desplazar la base de soporte derecha de modo que la cuerda de la derecha permanezca totalmente quieta.

Análisis:

- ¿Qué condiciones deben cumplir las ondas que se superponen en una cuerda para que la cuerda de la derecha esté en reposo?

La superposición de ambas oscilaciones en contrafase suprime la oscilación sólo si las componentes de las amplitudes máximas en la dirección de la 3ª cuerda tienen igual valor.

NOTA: Para alcanzar este resultado puede ser necesario correr en contrafase la base de soporte de la derecha. Observado de costado pueden verse bien las amplitudes de oscilación, de modo que puede controlarse la orientación de las cuerdas.

(▶ Figura 4 /Figura 5)

- Debe hallarse la velocidad de fase v de las ondas en las cuerdas.

$$v = f \cdot \lambda ; f : \text{frecuencia de excitación}$$

$$\lambda : \text{longitud de onda}$$

$$\frac{\lambda}{2} = \ell ; \ell : \text{longitud de la cuerda}$$

$$v = 2\ell \cdot f$$

Con $\ell = 24,2 \text{ cm}$ y $f = 50 \text{ Hz}$ se obtiene $v = 24,2 \text{ m/s}$.

NOTA: Montaje experimental para la demostración. Se recomienda realizar el experimento con cuerdas de goma más largas. De esa manera, la cuerda de la derecha puede valer un múltiplo de los dos tramos de la izquierda, de largos iguales.

Montaje del experimento ▶ Figura 6

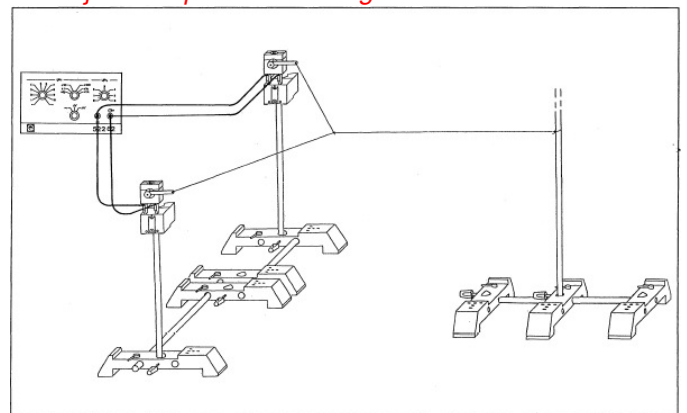


Fig. 6: Montaje experimental para observar la superposición de ondas de igual frecuencia en cuerdas.



Superposición de ondas en una cuerda con una pequeña diferencia de frecuencia

Actividades:

Observar la superposición de ondas en una cuerda con una pequeña diferencia de frecuencia.

Objetivo del experimento:

Saber que pueden generarse batidos mediante ondas en una cuerda.

Equipo:

1 cuerda de goma	de	200 666 29
4 bases de soporte		301 21
2 varillas de soporte, 50 cm		301 27
1 varilla de soporte, 35 cm		301 26
2 motores STE con palanca oscilante		579 42
1 cinta métrica		311 78
1 par de cables de experimentación, 50 cm, rojo, azul		501 45
1 par de cables de experimentación, 1 m, rojo, azul		501 46
1 generador de funciones S12		52262
1 fuente de tensión 12 V~ y 3-6 V ~, 50 Hz	p. ej.	562 73
o bien		
otro generador de funciones S12		522 62

Montaje:

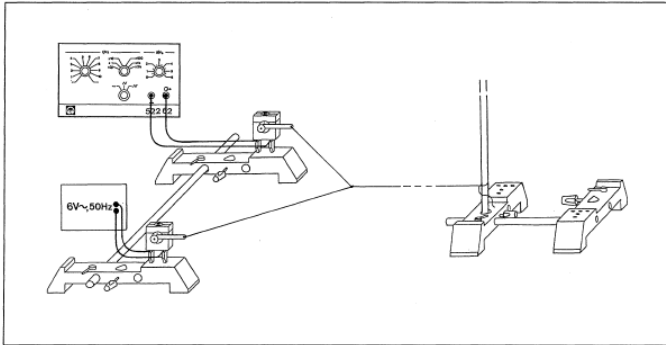


Fig. 1: Montaje experimental para observar la superposición de ondas en una cuerda con una pequeña diferencia de frecuencia

- ▶ Figura 1
 - Separar las bases de soporte de forma que ambas palancas oscilantes disten 40 cm entre sí.
 - Cortar 45 cm de cuerda de goma y atar los extremos a las palancas oscilantes.
Longitud efectiva de la cuerda de goma: 40 cm
 - Cortar un segundo tramo de cuerda de goma, de 55 cm, y atarlo al primer tramo, como muestra la figura 2, para formar una T.
 - Ubicar el nudo corredizo en el centro con la mayor precisión posible.
Longitud del segundo tramo de cuerda de goma desde el nudo hasta la varilla de soporte de la derecha:
40 cm. Sujetar los extremos con un nudo.
 - Aumentar la distancia entre palancas oscilantes a $\ell = 42$ cm.
 - Desplazar a la derecha la base de soporte derecha, de modo que el montaje quede como el de la figura 1.
- Valores fijados en el generador de funciones:
- | | |
|------------------|----------------|
| tensión: | aprox. $3 V_S$ |
| tipo de tensión: | ~ |
| frecuencia: | aprox. 50 Hz |

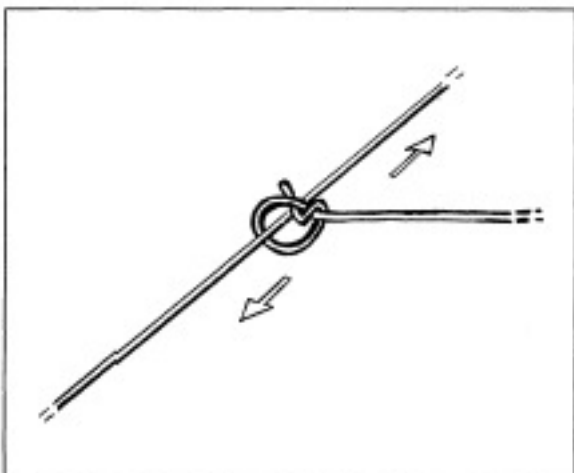


Fig. 2: Esquema complementario a la Fig. 1: Anudamiento en T de dos cuerdas de goma con nudo corredizo

NOTA:

El montaje es igual al del experimento 19. En lugar de la fuente de tensión alterna con frecuencia fija de 50 Hz puede emplearse también un segundo generador de funciones.

Para el tramo de cuerda de goma de la derecha se eligió el doble de la longitud de los dos tramos de la izquierda.

Realización:

- Variar levemente la frecuencia del generador de funciones.

Desplazar la base de soporte derecha de manera que se pueda observar bien el aumento y la disminución de la amplitud de la onda estacionaria en las cuerdas.

Análisis:

- ¿Qué se observa?

Para las frecuencias de excitación de 50 Hz y en torno de 50 Hz se obtienen 2 vientres en el tramo cuerda de la derecha, cuya amplitud aumenta y disminuye muy fuertemente.

NOTA: Montaje experimental para la demostración.

El experimento resulta particularmente impresionante si se emplean cuerdas de goma más largas y muy tensadas.

Datos para $f \approx 50$ Hz:

Cuerdas de la izquierda: Longitudes $\ell_1 = \ell_2 = n \cdot 20$ cm ($n = 1, 2, 3, \dots$)

Cuerda de la derecha: Longitud $\ell_3 = n \cdot 20$ cm ($n = 2, 3, 4, \dots$)

▶ **Figura 3**

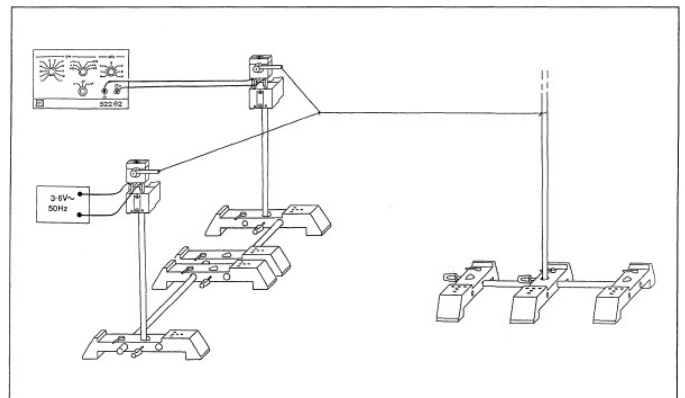


Fig. 3: Montaje experimental para observar la superposición de ondas con una pequeña diferencia de frecuencia en una cuerda



	máxima cant.	descripción	N° de catálogo	equipo necesario para el experimento (número de unidades o longitud en cm)											
				1.3.1.1	1.3.1.2	1.3.1.3	1.3.1.4	1.3.1.5	1.3.2.1	1.3.2.2	1.3.3.1	1.3.3.2	1.3.4.1	1.3.4.2	1.3.4.3
MEC2	1	par péndulos de varilla con eje	346 03	1	1	1					1		1	1	1
	2	bloque con abrazaderas	346 05	1	1			1	1	1	1	1	1		2
	1	cable de torsión con varilla	346 02				1								
		cuerda de goma	200 66 629												
		hilo retorcido de perlón	118 05 103												
	1	motor con palanca oscilante	579 42									1			
además:	1	cronómetro	313 07	1	1	1	1	1				1	1	1	1
	1	balanza	315 23			1									
	1	cable p. ej	550 35				15 cm								
	1	aguja de escritura	683 26							1					
	1	rollo de papel metálico	346 06							1					
	1	lupa aumento 8x	667 127							1					
	1	transformador de 6/12V 30W W	562 73							1		1			
	1	par de cables, 1m	501 46							1		1			
	1	diapasón, 440 Hz	414 41					1							
	1	generador de funciones S12	522 62									1			
	1	cable de cobre, 0,2 mm Ø	550 35											1 (5 cm)	
	1	1 par de imanes cilíndricos	510 48												1
	1	par de pinzas de cocodrilo	501 861							1					



	máxima cant.	descripción	N° de catálogo	equipo necesario para el experimento (número de unidades o longitud en cm)							
				1.3.5.1	1.3.5.2	1.3.6.1	1.3.6.2	1.3.6.3	1.3.6.4	1.3.7.1	1.3.7.2
MEC2	6	par de péndulos de varilla con eje	346 03	3	6			1	1	4	4
		cable de torsión con varilla	346 02								
		bloque con abrazaderas	346 05								
		hilo retorcido de perlón	118 05 103								
	1,5 m	cuerda de goma	200 66 629		≈ 150 cm	1 m	25 cm	16 cm	16 cm	1 m	1m
	2	motor STE con palanca oscilante	579 42			1	1	1	1	2	2
además:	1	cronómetro	p. ej. 31307	1	1						
	1	par de cables de experimentación 25 cm, rojo, azul	501 44			1					
	1	par de cables de experimentación 1 m, rojo, azul	501 46				1				
	1	par de cables de experimentación 50 cm, rojo, azul	501 45					1			
	1	fuentes de alimentación de baja tensión	522 16			1 o ↓	1 o A	1 o A	1 o A	1 o A	1 o ↓
	(1)	Transformador	562 73			(1)	(1)		(1)	(1)	(1)
	1	generador de funciones S12	522 62			1			1	1	1
	3 cm	cable de cobre	550 35			(3 cm)					
	1	balanza	315 05			1	1				
	2	6 soportes para péndulo de varilla	346 04		2	2					

LD DIDACTIC

FÍSICA

MECÁNICA

**Oscilaciones mecánicas y
ondas**

**588 036
Cuaderno del estudiante**



CONTENIDO

Péndulo con oscilaciones armónicas

Péndulo simple	PS 1.3.1.1
Péndulo físico de varilla.....	PS 1.3.1.2
Péndulo de resorte helicoidal	PS 1.3.1.3
Péndulo de torsión.....	PS 1.3.1.4
Péndulo de resorte de lámina.....	PS 1.3.1.5

Las oscilaciones del péndulo como función del tiempo

Amortiguamiento de las oscilaciones por rozamiento. Análisis de las oscilaciones registradas en un péndulo de resorte de lámina	PS 1.3.2.1
Diagramas de espacio-tiempo y de velocidad-tiempo para oscilaciones armónicas.....	PS 1.3.2.2

Oscilaciones forzadas

Oscilaciones forzadas en péndulos.....	PS 1.3.3.1
Oscilaciones forzadas en un péndulo físico de varilla con registro de amplitud.....	PS 1.3.3.2

Superposición de oscilaciones

Superposición lineal de oscilaciones, dependencia de la amplitud, la fase y la frecuencia	PS 1.3.4.1
Oscilaciones de péndulos de varilla mecánicamente acoplados	PS 1.3.4.2
Oscilaciones de péndulos de resorte de lámina magnéticamente acoplados con registro de las oscilaciones.....	PS 1.3.4.3

Formación de ondas

Transporte de energía en sistemas de péndulos acoplados.....	PS 1.3.5.1
Ondas transversales y longitudinales estacionarias con extremo fijo y libre	PS 1.3.5.2

Ondas estacionarias

Frecuencias de las ondas estacionarias	PS 1.3.6.1
Velocidad de fase de ondas en una cuerda	PS 1.3.6.2
Velocidad de fase de ondas en un resorte helicoidal.....	PS 1.3.6.3
Ondas estacionarias en un resorte helicoidal – Nodos y vientres en función de la frecuencia de excitación	PS 1.3.6.4

Superposición de ondas en una cuerda

Superposición de ondas de igual frecuencia en una cuerda.....	PS 1.3.7.1
Superposición de ondas en una cuerda con una pequeña diferencia de frecuencia	PS 1.3.7.2



Péndulo simple

Actividades:

- Determinar experimentalmente el período de oscilación T como función:
 1. de la amplitud A ,
 2. de la masa del péndulo m ,
 3. de la longitud del péndulo ℓ .
- Deducir la fórmula de las oscilaciones
- Averiguar la aceleración de la gravedad g
- Calcular la longitud de un "péndulo de un segundo" (período de oscilación $T = 2$ s)

Equipo:

1 pesa, 50 g	de	340 85
1 cuerda, longitud aprox. 50 cm	de	200 70 322
1 escala doble		340 822
2 bases de soporte MF		301 21
1 varilla de soporte, 25 cm		301 26
1 varilla de soporte, 50 cm		301 27
1 bloque de soporte		301 25
1 eje	de	346 03
1 cronómetro	p. ej.	313 07

además, para el experimento parcial 2:

1 bloque con abrazaderas (como masa del péndulo)	346 05
1 pesa, 50 g	340 85



1 Primer experimento parcial

Período como función de la amplitud A .

Montaje:

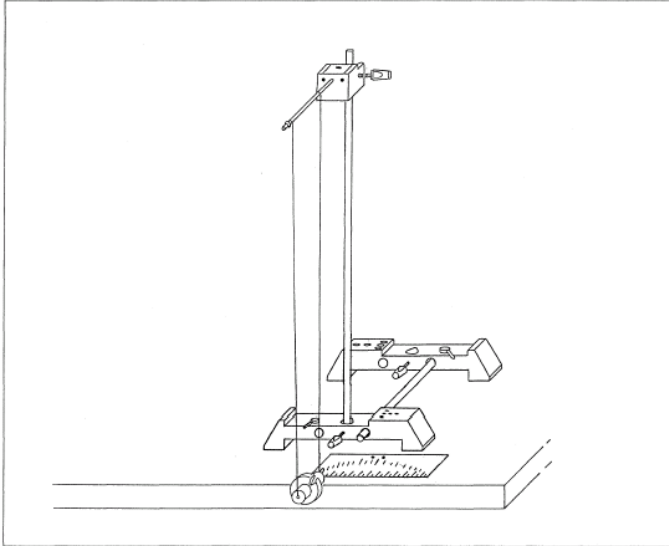


Fig. 1: Péndulo simple con dispositivo para medir amplitudes

- Montar el experimento según la figura 1; el canto de la escala doble corresponde a la posición cero del péndulo.
- Medir la longitud del péndulo ℓ (ℓ = distancia entre el centro de gravedad del péndulo al eje del péndulo).

NOTA: El uso de dos hilos facilita la lectura sin error de paralaje.

Realización:

- Alejar el péndulo simple a $A = 3$ cm de la posición de reposo (¡leer sin paralaje!) en el plano de oscilación: Medir un tiempo de $10 T$ para 10 oscilaciones y anotar ▶ Tabla 1
- Realizar las correspondientes mediciones para $A = 6$ cm, 9 cm, 12 cm. ▶ Tabla 1

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

	longitud del péndulo $\ell = 42,0$ cm			
amplitud $\frac{A}{\text{cm}}$	3	6	9	12
tiempo para 10 oscilaciones $\frac{10 T}{\text{s}}$				
período de oscilación $\frac{T}{\text{s}}$				

Análisis:

- ¿Cómo influye la amplitud A en el período T ?



2 Segundo experimento parcial

Período de oscilación T como función de la masa del péndulo m

Montaje:

- Montar el experimento tal como muestra la figura 2, pero primero sin el bloque con abrazaderas

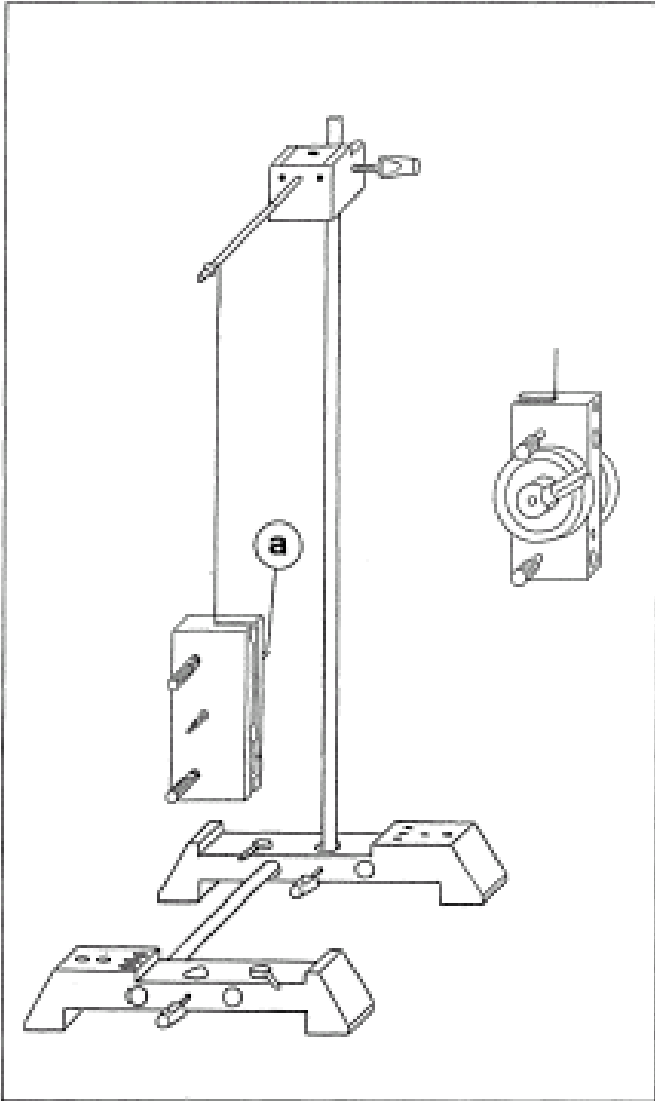


Fig. 2 Péndulo simple con masa del péndulo m , variable (a) bloque con abrazaderas

Realización:

- Determinar la masa m_1 del bloque con abrazaderas (p. ej., con ayuda del dinamómetro). ▶ Tabla 1

- Desviar el péndulo aproximadamente $A = 5$ cm y dejar oscilar.
- Medir un tiempo de $10 T$ para 10 oscilaciones y anotar los valores medidos ▶ Tabla 2
- Repetir los pasos 2.3 y 2.4 colocando pesas de masa $m_2 = 50$ g con masas mayores ($m_1 + m_2, m_1 + 2m_2$). ▶ Tabla 2

Observaciones y mediciones:

Tabla 2	longitud del péndulo		
masa del péndulo $\frac{m}{g}$			
tiempo para 10 oscilaciones $\frac{10 T}{s}$			
período de oscilación $\frac{T}{s}$			

Análisis:

- ¿Cómo es la dependencia de T respecto de la masa del péndulo m ?
- ¿Vale este resultado experimental también para deflexiones mayores del péndulo?



Análisis:

- ¿Cómo influye la longitud ℓ en el período de oscilación T ? (Descripción cualitativa en base al diagrama)

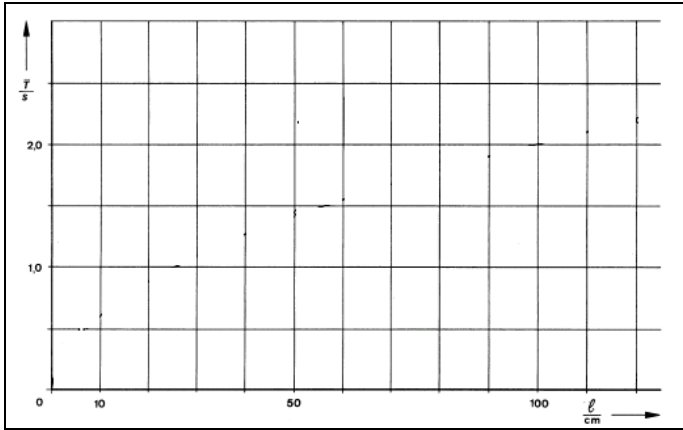


Fig. 5: Período de oscilación como función de la longitud del péndulo

- ¿Qué relación matemática existe entre la longitud ℓ del péndulo y el período de oscilación T ?

Sugerencia:

Verificar la factibilidad de linealizar la serie de valores $T = f(\ell)$. Describir matemáticamente la función y representarla gráficamente.

Tabla 4

$\sqrt{\frac{\ell}{\text{cm}}}$	$\frac{T}{\text{s}}$

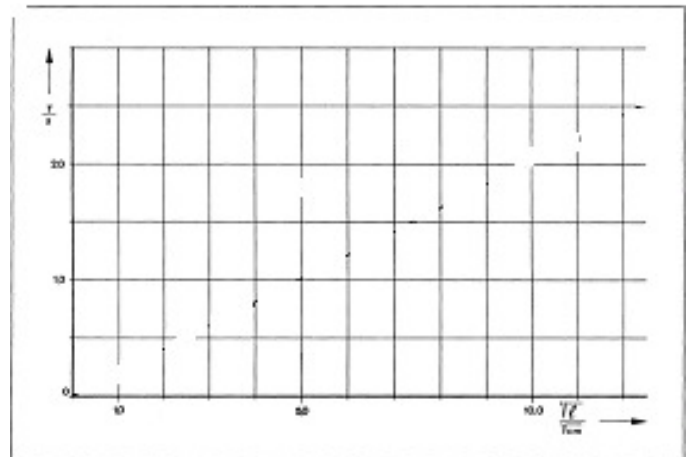


Fig. 6: Período de oscilación T como función de $\sqrt{\ell}$ (ℓ = longitud del péndulo)

Resultado:



Deducir la fórmula de las oscilaciones:

- ¿A qué expresión de la aceleración de la gravedad g se llega a partir de la fórmula de oscilaciones del péndulo simple?
¿A qué valor de g se llega con las mediciones?
(► 3.10)

- Cálculo de la longitud ℓ_1 de un péndulo de un segundo.
Por péndulo de un segundo se entiende (históricamente) un péndulo que necesita exactamente 1 segundo para la mitad de una oscilación, o sea, desde que pasa por una posición cero hasta la próxima, o desde un desplazamiento máximo hasta el próximo.



Péndulo físico de varilla

Actividades:

- Comparar el período de un péndulo físico de varilla con el de un péndulo simple; averiguar la longitud reducida del péndulo.
- Averiguar cómo varía el período de oscilación si se emplea una masa adicional: a) en el extremo de la varilla, b) entre el eje y el extremo de la varilla.
- Deducir la fórmula para el período de oscilación de un péndulo físico de varilla.
- Determinar la aceleración de la gravedad g en base al período de oscilación de una varilla.
- Deducir la fórmula del período de oscilación de una varilla con una masa adicional fijada a una distancia a del eje de rotación.

Equipo:

1 péndulo físico de varilla con eje.....de	346 03
1 bloque con abrazaderas	346 05
2 pesas, 50 g	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
1 varilla de soporte, 50 cm.....	301 27
1 mordaza doble S.....	301 09
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 cronómetro.....p. ej.	313 07

1 Primer experimento parcial

Comparación de la longitud de un péndulo físico de varilla con la de un péndulo simple de igual período de oscilación; determinación de la longitud reducida del péndulo.

Montaje:

- ▶ Figura 1
- Longitud ℓ_0 del péndulo físico de varilla (medir a partir del eje de rotación):

Análisis:

- Calcular la longitud ℓ_r de un péndulo simple que tenga igual período de oscilación.

¿Qué valor brinda la medición para esta “longitud reducida del péndulo ℓ_r ”?

Calcular $\frac{\ell_r}{\ell_0}$

¿Cuál es la longitud de un péndulo simple con período de oscilación T_0 ?

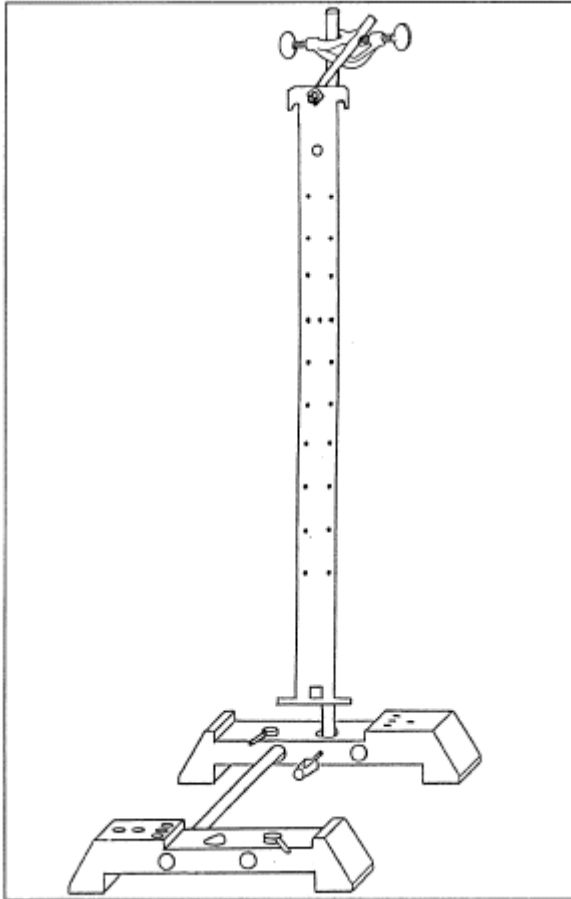


Fig. 1: Péndulo físico de varilla, masa m_0 , longitud ℓ_0

Realización:

- Período T_0 del péndulo físico de varilla (valor medio de al menos 10 oscilaciones):

2 Segundo experimento parcial

Dependencia del período de oscilación respecto de la magnitud de una masa fijada en el extremo de la varilla.

Preparación del experimento:

- Determinar las siguientes magnitudes:
 m_0 : masa del péndulo físico de varilla
 m_1 : masa del bloque con abrazaderas
 m_2 : masa de una pesa
 ℓ_0 : longitud del péndulo físico de varilla (medida desde el eje de rotación)
 m_z : masa adicional ▶ Tabla 1

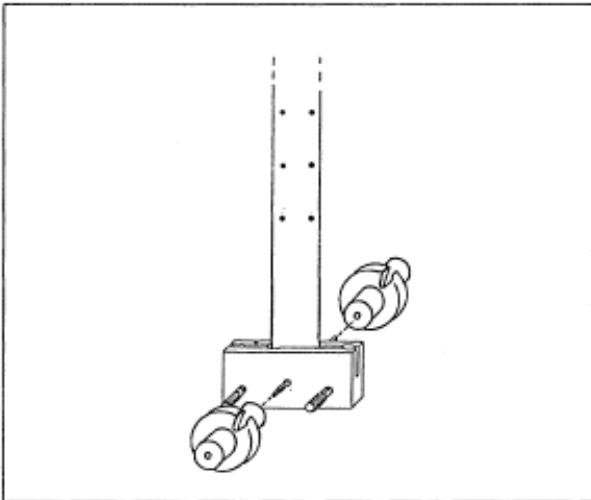


Fig. 2: Bloque con abrazaderas en el extremo del péndulo físico de varilla y pesas de quita y pon

Montaje:

- ▶ Figura 1 / Figura 2

Realización:

- Determinar el período de oscilación para cada una de las siguientes masas m_z en el extremo de la varilla: $0/m_1 / m_1 + m_2 / m_1 + 2m_2$. ▶ Tabla 1
- Representar en un gráfico el período de oscilación T como función de m_z . ▶ Figura 3

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

m_z	$\frac{m_z}{g}$	$\frac{T}{s}$
0		
m_1		
$m_1 + m_2$		
$m_1 + 2m_2$		

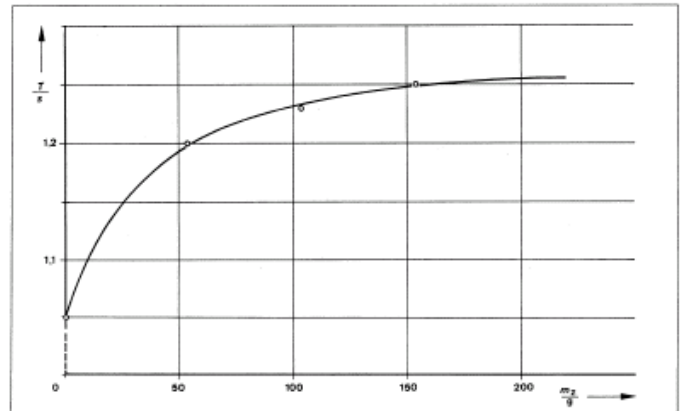


Fig. 3: Período de oscilación T como función de una masa adicional m_z en el extremo del péndulo físico de varilla

Análisis:

- ¿Qué efecto produce la variación de una masa m_z en el extremo de un péndulo físico de varilla sobre el período de oscilación?
- ¿Bajo qué condiciones límite el período de oscilación T del péndulo estudiado es igual al período de oscilación $T(\ell_0)$ de un péndulo simple de longitud ℓ_0 ? ¿Cuánto vale $T(\ell_0)$?



3 Tercer experimento parcial

Dependencia del período de oscilación respecto de la posición de una masa adicional en el extremo del péndulo físico de varilla.

Montaje:

► Figura 1 /Figura 4

NOTA: A partir del valor $a = 12 \text{ cm}$ resulta práctico utilizar los orificios del péndulo físico de varilla para facilitar la colocación (véase figura 4)

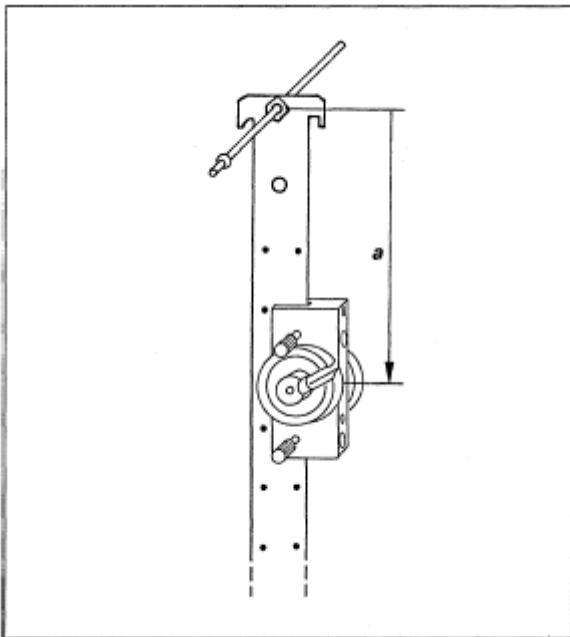


Fig. 4: Péndulo físico de varilla tras haber fijado el bloque con abrazaderas y colocado las dos pesas

Realización:

- Colocar la masa adicional m_2 , según muestra la figura 4, a una distancia del centro de gravedad $a = 0$; 5 cm; 12 cm; 17 cm; 22 cm, etc., y averiguar para cada una de ellas el período de oscilación T para al menos 10 oscilaciones.
- Hacer una tabla de T en función de a y representar en un gráfico. ► Tabla 2 ► Figura 5
- Repetir el experimento con una masa adicional más pequeña (solamente el bloque con abrazaderas).

Observaciones y mediciones:

Tabla 2

masa del péndulo físico de varilla:	$m_0 =$	
masa del bloque con abrazaderas:	$m_1 =$	
masa de una pesa:	$m_2 =$	
masa adicional	m_1	$m_1 + 2m_2$
$\frac{a}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{T}{\text{s}}$
0		
5,0		
12,0		
17,0		
22,0		
27,0		
32,0		
39,6		

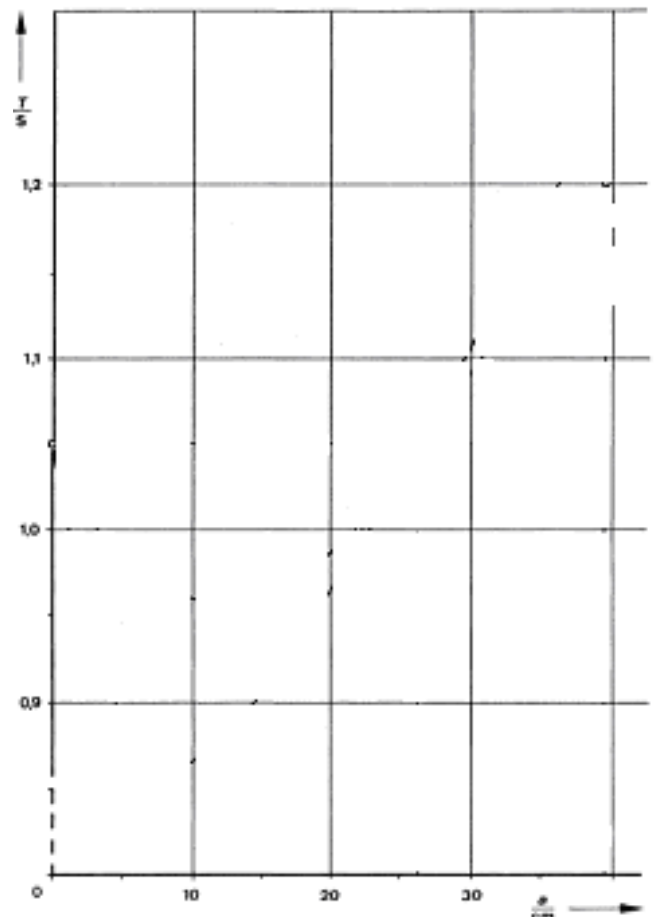


Fig. 5: Período de oscilación T del péndulo físico de varilla como función de una masa adicional m_2 sujeta a una distancia a del eje de rotación
curva (1) masa adicional $m_2 = 154 \text{ g}$
curva (2) masa adicional $m_2 = 54 \text{ g}$

Análisis:

- ¿Cómo varía el período de oscilación en función de la posición de una masa adicional en el péndulo físico de varilla?
¿Cómo influye la magnitud de la masa en el período de oscilación?

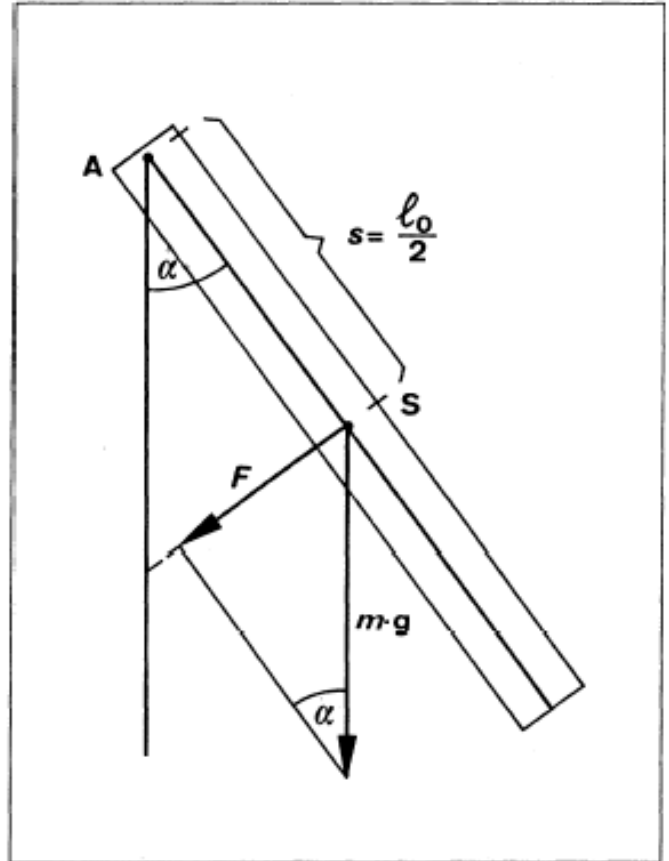


Fig. 6: Diagrama para la deducción de la fórmula de las oscilaciones en un péndulo físico (de varilla)
(A: centro de rotación; S: centro de gravedad; α : ángulo de deflexión; l_0 : longitud del péndulo físico de varilla desde A; F: fuerza retrógrada)

- Deducción de la ecuación de oscilaciones de un péndulo físico de varilla (figura 6)

- Determinar la aceleración de la gravedad g en base al período de oscilación de una varilla.
(¡Emplear el péndulo físico de varilla!)
- Deducción del período de oscilación de una varilla con masa adicional adherida.



Mecánica
Oscilaciones mecánicas y ondas

1.3.1.2

- Masa adicional en el extremo del péndulo físico de varilla
- Interpretación de los resultados – Comparación con las mediciones.

- Masa adicional colocada en una posición arbitraria ($0 \leq a \leq l_0$).



Péndulo de resorte helicoidal

Actividades:

- Determinar la constante D del resorte haciendo pender masas.
- Determinar el período de oscilación T como función de la masa colgada m .
- Deducir la ecuación de las oscilaciones.

Equipo:

1 resorte helicoidal, $0,1 \text{ N cm}^{-1}$	352 07
1 resorte helicoidal, $0,25 \text{ N cm}^{-1}$	352 08
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
1 mordaza doble S	301 09
1 eje	346 03
4 pesas	340 85
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 cronómetro	313 07
1 balanza	315 23

Indicación:

Con ambos resortes helicoidales del conjunto se realizan los mismos experimentos. Por ello, se recomienda trabajar con dos grupos.



1 Primer experimento parcial

Obtención de la constante D del resorte helicoidal haciendo pender masas

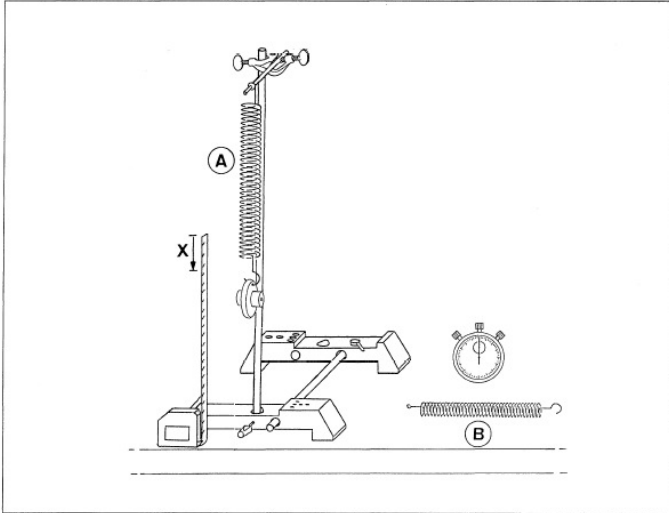


Fig. 1: Montaje del experimento para determinar la constante D del resorte y el período de oscilación T en función de la masa suspendida m .

(A): resorte helicoidal grande, "blando"
(B): resorte helicoidal pequeño, "duro"

Montaje:

- Montaje de acuerdo a la figura 1, con el resorte helicoidal (A).

Realización:

- Colgar una por una las 4 pesas (50 g cada una). Medir en cada caso la extensión x . ▶ Tabla 1
- Reemplazar el resorte helicoidal (A) por el resorte helicoidal (B) y repetir el punto 1.2. ▶ Tabla 1

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

masa suspendida $\frac{m}{g}$	deflexión $\frac{x}{cm}$	
	(A)	(B)
0		
50		
100		
150		
200		

Análisis:

- ¿Cuál es la ley que se cumple entre la fuerza F y la correspondiente extensión x del resorte helicoidal?

$$\text{Calcular } D = \frac{F}{x}$$

Resorte helicoidal (A):

Resorte helicoidal (B):

2 Segundo experimento parcial

Determinación del período de oscilación como función de la masa suspendida m para el resorte helicoidal (A)

Montaje:

- Montaje de acuerdo a la figura 1, con el resorte helicoidal (A).

Realización:

- Determinar la masa m_0 del resorte helicoidal (p. ej. con la balanza del profesor) ▶ Tabla 2
- Colgando una por una las masas (hasta 4), modificar la masa m y medir en cada caso el período de oscilación T como promedio de al menos 10 oscilaciones. ▶ Tabla 2

Observaciones y mediciones:

Tabla 2

masa del resorte: $m_0 = 24,5 g$		
$\frac{m}{g}$	$\frac{T}{s}$	$\frac{T^2}{s^2}$
50		
100		
150		
200		



Análisis:

- Representar en un gráfico el período de oscilación T como función de m .
¿Qué relación existe entre T y m ? ▶ Figura 2

- Confirmación de la hipótesis mediante una linealización de la curva de medición.
Interpretar las intersecciones con los ejes y la pendiente a de la recta. ▶ Figura 3

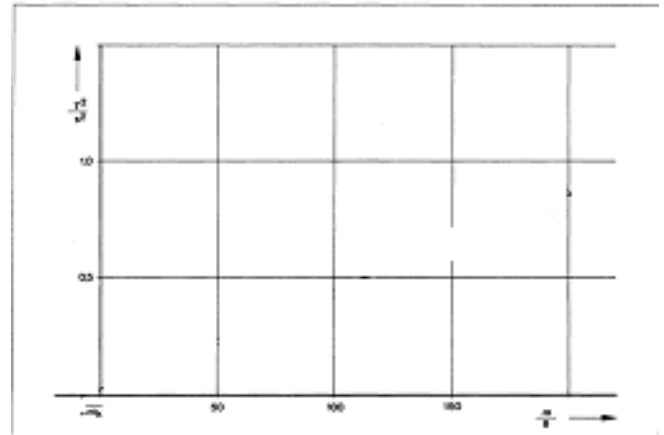


Fig. 3: Linealización de la curva de la Fig. 2

- Comparar las dimensiones de la pendiente a con las dimensiones de D .
¿Pueden relacionarse a y D de manera que resulte un número adimensional?

- Con los datos adquiridos, hallar la fórmula de las oscilaciones.

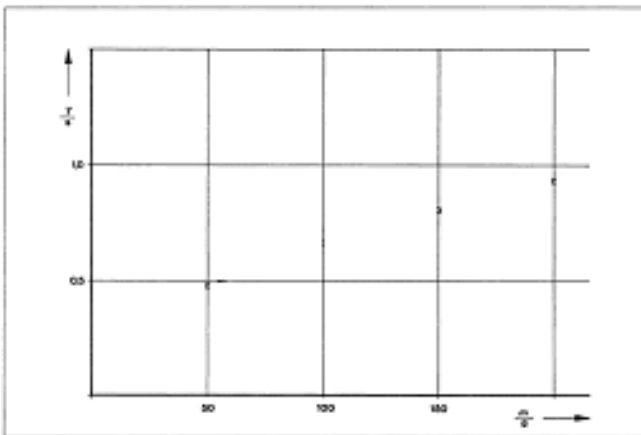


Fig. 2: Período de oscilación T del resorte helicoidal (A) como función de la masa suspendida m



3 Tercer experimento parcial

Determinación del período de oscilación como función de la masa suspendida m para el resorte helicoidal (B)

Montaje:

- Montaje de acuerdo a la figura 1, con el resorte helicoidal (B).

Realización:

- Determinar la masa m_0 del resorte helicoidal. ▶ Tabla 3
- Colgando una por una las masas (hasta 4), modificar la masa m y medir en cada caso el período de oscilación T como promedio de al menos 10 oscilaciones. ▶ Tabla 3

Observaciones y mediciones:

Tabla 3

masa del resorte: $m_0 =$		
$\frac{m}{g}$	$\frac{T}{s}$	$\frac{T^2}{s^2}$
50		
100		
150		
200		

Análisis:

- Representar en un gráfico T como función de m .
¿Qué relación existe entre T y m ? ▶ Figura 4

- Confirmación de la hipótesis mediante una linealización de la curva de medición.
Interpretar las intersecciones con los ejes y la pendiente a de la recta. ▶ Figura 5

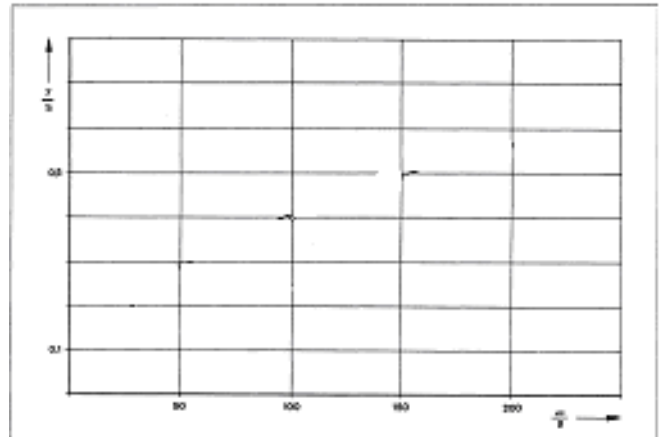


Fig. 4: Período de oscilación T del resorte helicoidal (B) como función de la masa suspendida m

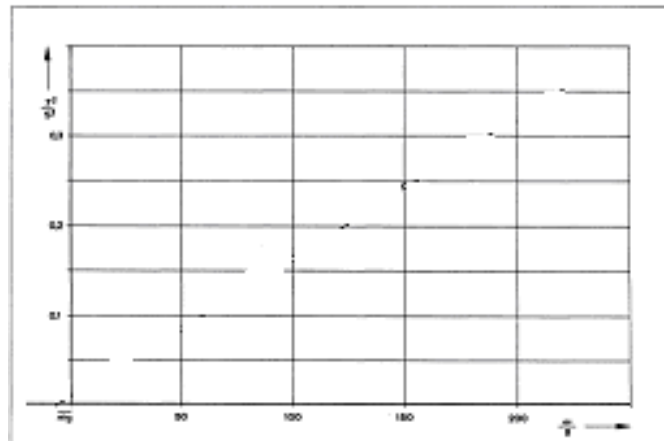


Fig. 5: Linealización de la curva de la Fig. 4

- Comparar las dimensiones de la pendiente a con las dimensiones de D .
¿Pueden relacionarse a y D de manera que resulte un número adimensional?



Mecánica
Oscilaciones mecánicas y ondas

1.3.1.3

- Con los datos adquiridos, hallar la fórmula de las oscilaciones.
- Actividad adicional:**
- Dedución teórica de la ecuación de las oscilaciones.



Péndulo de torsión

Actividades:

- Constatar la variación del período de oscilación T de una haltera en un cable de torsión
 - según la distancia a entre la masa de la haltera y el cable (primer experimento parcial),
 - según el valor de la masa m de la haltera (segundo experimento parcial),
 - según la longitud ℓ del cable de torsión (tercer experimento parcial).
- Determinar la fórmula de las oscilaciones para un péndulo de torsión,
- Obtener la constante de torsión D_r del cable de torsión,
- Determinar el módulo de torsión G del material del cable,
- Determinar el momento de inercia J_0 de una pesa.

Equipo:

1 cable de torsión con varilla	346 02
1 bloque de soporte	301 25
1 mordaza doble S.....	301 09
1 mordaza universal	666 615
1 platillo de presión	200 65 559
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
2 bases de soporte MF	310 21
1 juego de 6 pesas, 50g c/u.....	340 85
1 cronómetro.....p. ej.	313 07
unos 15 alambres delgados..... p. ej. de	550 35
<i>Para hallar el radio del cable de torsión se recomienda:</i>	
1 calibre	p. ej. 311 52
(ó	311 54)



1 Primer experimento parcial

T como función de a .

Montaje:

- Montaje según figura 1
- Medición de la distancia a en base a la figura 2

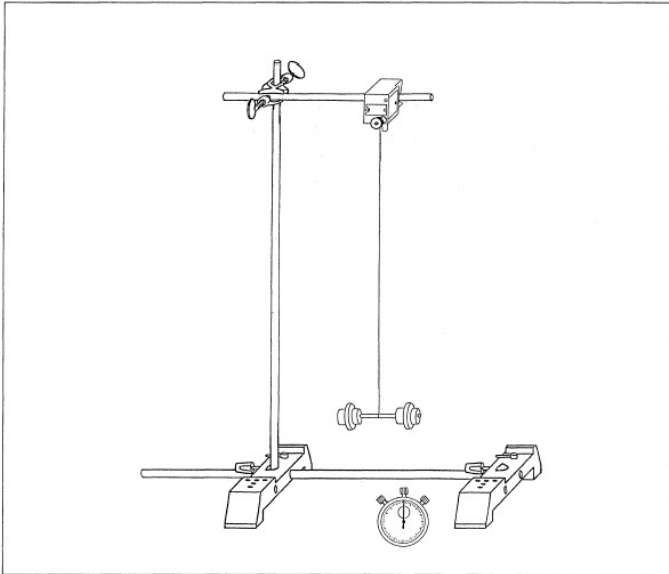


Fig. 1: Montaje del experimento del péndulo de torsión con máxima longitud ℓ_0 del cable de torsión

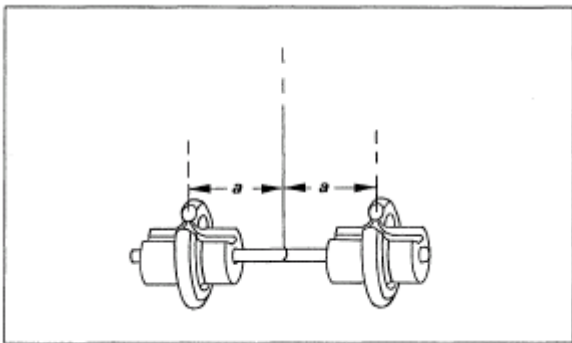


Fig. 2: Definición de la distancia a de la masa de la haltera

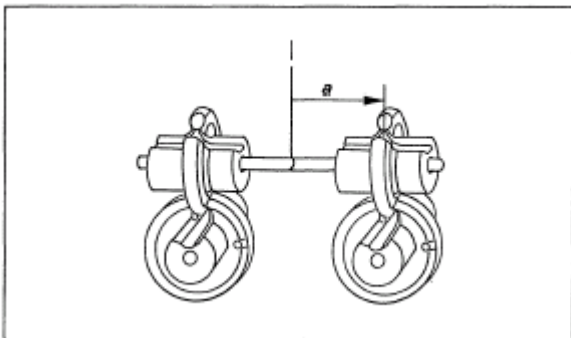


Fig. 3: Aumento de la masa de la haltera colgando pesas

Realización:

- Elegir para a unos 2,4 cm.
- Determinar el período T de oscilación por torsión como el promedio de al menos 10 oscilaciones.
 - ▶ Tabla 1
- Aumentar a en intervalos de unos 0,5 cm y medir T para cada caso.
 - ▶ Tabla 1

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

longitud del cable de torsión $\ell_0 = 37,4$ cm	
distancia eje de rotación - centro de gravedad de la carga a cm	período de oscilación T s
2,4	
3,0	
3,5	
4,0	
4,5	

Análisis:

- Representar en un gráfico T como función de a .
 - ▶ Figura 4

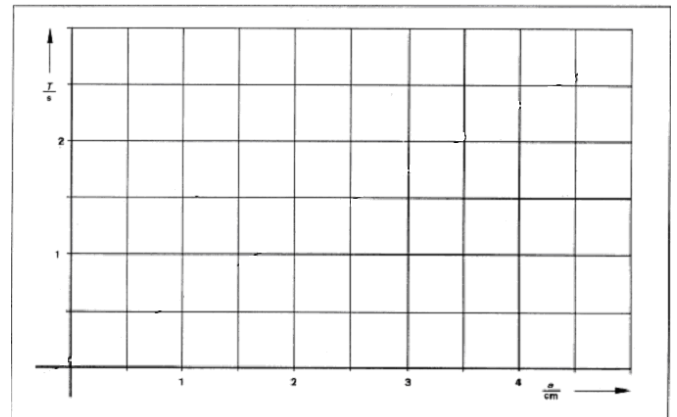


Fig. 4: Período de oscilación T del péndulo de torsión como función de la distancia a de las masas de la haltera al eje de rotación



2 Segundo experimento parcial

T como función de m .

Montaje:

- Montaje según figura 1

Realización:

- Según la figura 3, colocar a distancia $a = 3$ cm las masas de péndulo $m = 100$ g, 200 g, 300 g, y averiguar para cada caso T como promedio de al menos 10 oscilaciones. ▶ Tabla 2

Observaciones y mediciones:

Tabla 2

Longitud del cable de torsión: $\ell_0 = 37,4$ cm

Distancia eje de rotación – centro de gravedad de la pesa: $a = 3,0$ cm

$\frac{m}{g}$	$\frac{T}{s}$	$\frac{T^2}{s^2}$
100		
200		
300		

Análisis:

- Encontrar una representación gráfica que dé una línea recta ▶ Tabla 2, ▶ Figura 5

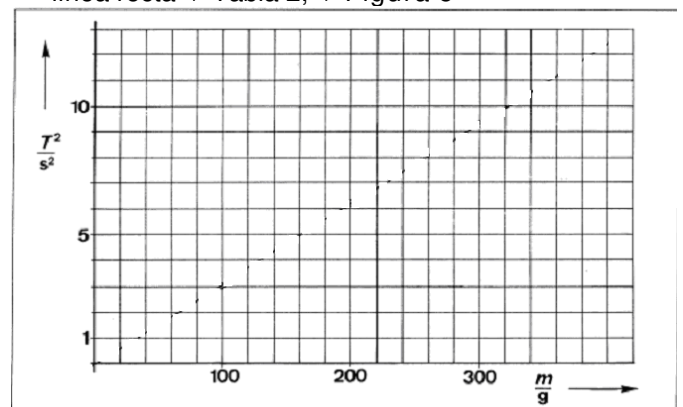


Fig. 5: Relación entre el período de oscilación T del péndulo de torsión y la masa m de la haltera T^2 como función de m

3 Tercer experimento parcial

T como función de ℓ .

Montaje:

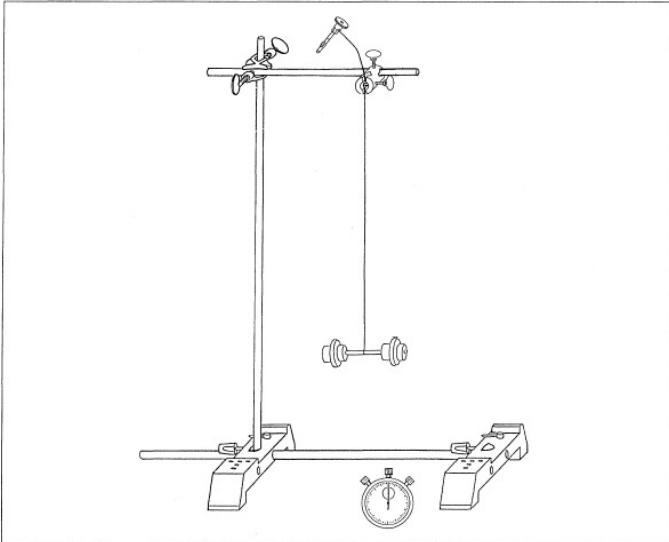


Fig. 6: Péndulo de torsión con longitud ℓ del cable de torsión modificada.

- Montaje según figura 6, Fijar el cable con el tornillo de la mordaza sobre el platillo de presión (a).

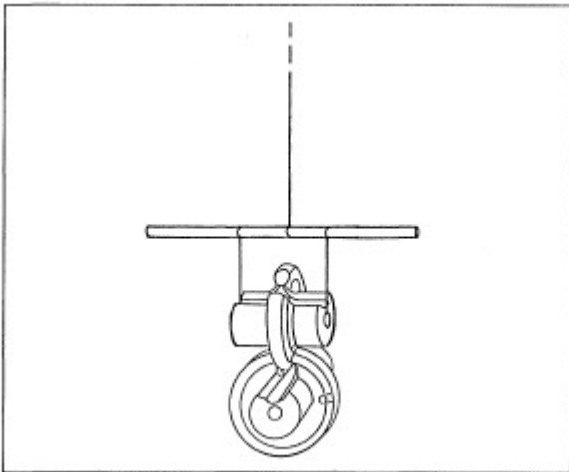


Fig. 7: Colocación de pesas en el eje de torsión

Realización:

- Ir aumentando la longitud ℓ del cable unos 10 cm en pasos de 5 cm y para caso averiguar el período de oscilación T para torsión. ▶ Tabla 3 (Medir al menos 10 oscilaciones y dar el valor promedio)
- Para medir T con máxima longitud del cable, usar el montaje mostrado en la figura 1. (Bloque de soporte en lugar de mordaza universal)

Observaciones y mediciones:

Tabla 3

$a = 3,0 \text{ cm}$		$m = 100 \text{ g}$
$\frac{\ell}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{T^2}{\text{s}^2}$

Análisis:

- Representar en un gráfico $T(\ell)$. ▶ Figura 8

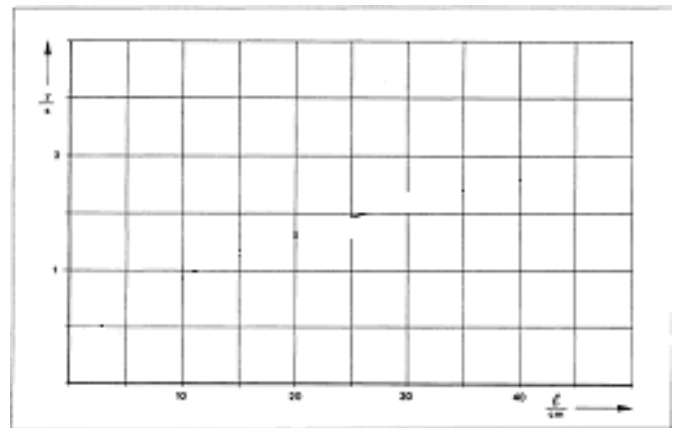


Fig. 8 Período de oscilación T del cable de torsión como función de su longitud ℓ

- Hacer una hipótesis de la función.

$$T \sim \sqrt{\ell}$$

- Elegir una representación gráfica tal que, manteniendo el eje ℓ , resulte una recta.

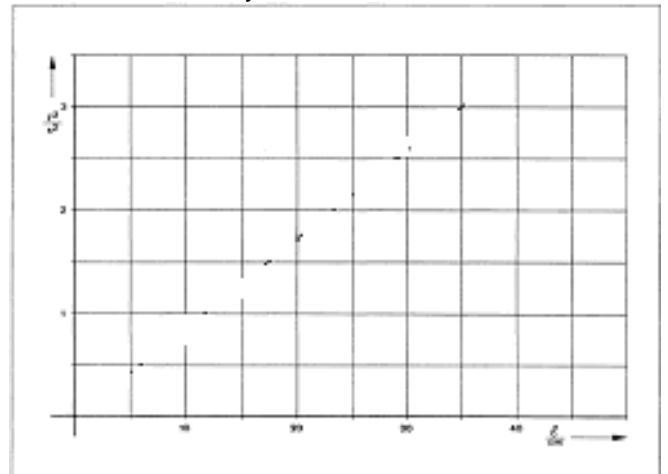


Fig. 9: Linealización de la relación entre T y ℓ : T^2 como función de ℓ



Verificación de la fórmula de un péndulo de torsión

- Resumir los resultados 1., 2. y 3. en una fórmula

- Deducción de la fórmula de oscilaciones en base a la ley lineal de fuerza:

- Obtención de la constante de torsión D_r en base a los diagramas.

Comparando la fórmula de las oscilaciones deducida teóricamente con la obtenida experimentalmente, hallar una ecuación para la constante de torsión D_r .



4 Cuarto experimento parcial

Determinación del momento de inercia J_0 de una pesa y del radio de inercia a_0

Montaje:

- Montaje según muestra la figura 1. Elegir una longitud máxima del cable de torsión siguiendo la figura 7.

Realización:

- Colgar 6 pesas una junto a la otra y medir el período de oscilación en torsión T_0 .

$T_0 =$

Análisis:

- Con ayuda de la relación hallada (en 3.7) entre T y J , calcular el momento de inercia $J = 6 J_0$. Hallar la relación entre J_0 y el radio de inercia a_0 y calcular a_0 :



Péndulo de resorte de lámina

Actividades:

- Averiguar el período de oscilación T de un resorte de lámina oscilante en función de su longitud ℓ .
- Pronosticar la frecuencia de un resorte de lámina corto oscilante en base a su longitud. Verificar acústicamente.
- Averiguar el período de oscilación T de un péndulo de resorte de lámina en función de
 - a) la longitud del resorte de lámina ℓ y
 - b) la masa del péndulo m .
- Hallar una ecuación de las oscilaciones para el péndulo de resorte de lámina.
- Determinar el módulo de elasticidad E del material del resorte de lámina.

Equipo:

1 resorte de lámina, $\ell = 435$ mm	352 051
1 platillo de presión	200 65 559
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 par de pesasde	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
1 mordaza doble S.....	301 09
1 mordaza universal	666 615
1 cronómetro.....p. ej.	313 07
<i>Equipo de demostración:</i>	
1 diapasón, 440 Hz.....p. ej.	414 41



1 Primer experimento parcial

Montaje:

- ▶ Figura 1:
- Medir la longitud del resorte de lámina $\ell = 40$ cm con la cinta métrica y encajarlo en el platillo de presión

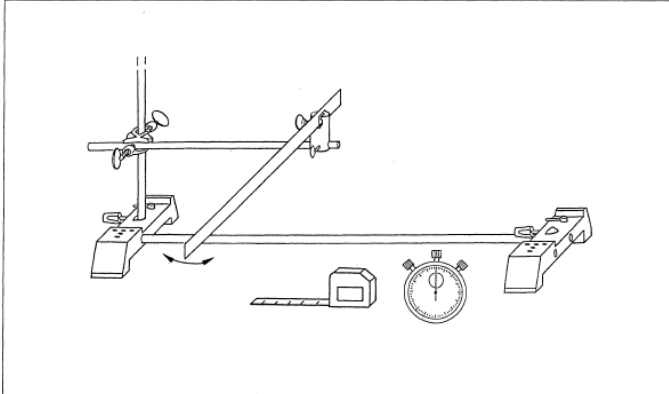


Fig. 1: Montaje del experimento para averiguar la frecuencia de un resorte de lámina oscilante en función de su longitud

Realización:

- Hacer oscilar el resorte de lámina.
- Medir el período de oscilación T (como promedio de al menos 10 oscilaciones) con el cronómetro y anotar ▶ Tabla 1.
- Repetir la medición para $\ell = 39, 38, 37 \dots 30$ cm ▶ Tabla 1.

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

Datos del resorte de lámina:			
longitud	ℓ_0	=	43,5 cm
masa	m_0	=	33,2 g
ancho	b	=	2,5 cm
espesor: $h = 0,04$ cm			
$\frac{\ell}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{\ell^2}{\text{cm}^2}$	
40			
39			
38			
37			
36			
35			
34			
33			
32			
31			
30			

Análisis:

- Representar en un gráfico T en función de ℓ^2 .
- ▶ Figura 2

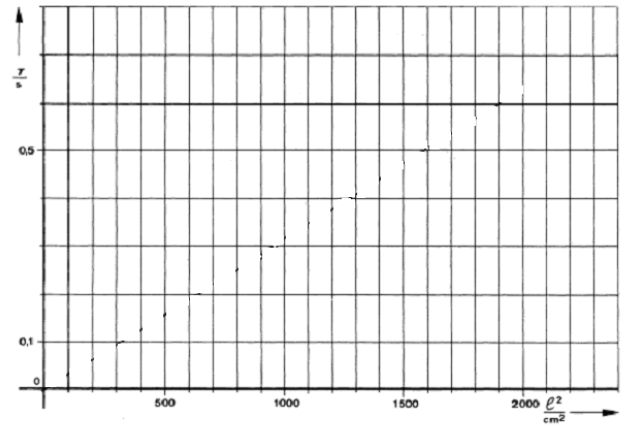


Fig. 2: Período de oscilación del resorte de lámina como función de ℓ^2 (ℓ : longitud del resorte de lámina)

2 Segundo experimento parcial

Montaje:

► Figura 3

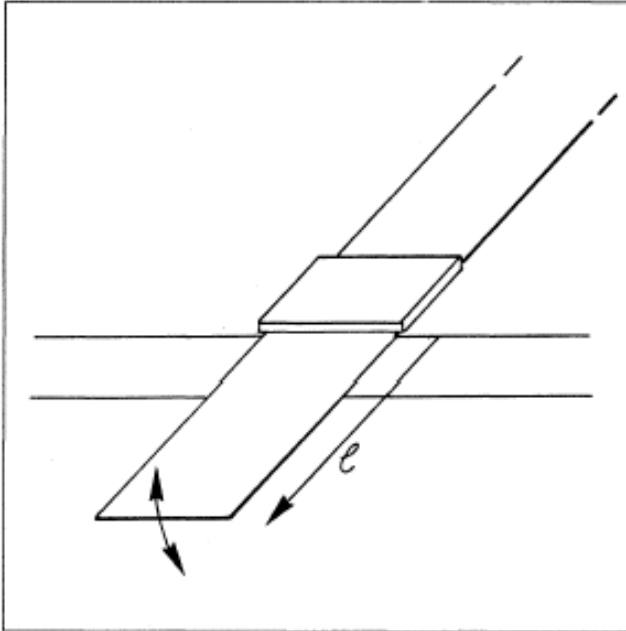


Fig. 3: Implementación del experimento para verificar la frecuencia de un resorte de lámina que oscila en el rango de frecuencias audibles.
Tanteo de diversas longitudes ℓ con ayuda del platillo de presión contra el canto de una mesa

Realización:

- Mantener presionada la lengua del resorte de lámina con el platillo de presión y hacer oscilar según muestra la figura 1. Longitud inicial: aprox. 14 cm. Ir reduciendo la longitud ℓ .

Observación ► Punto 2.2

Análisis:

- ¿Con qué longitud ℓ del resorte de lámina se obtiene $f=440$ Hz según la relación hallada en 1.6?
¿Cómo puede verificarse si el cálculo coincide con la realidad?



3 Tercer experimento parcial

Montaje:

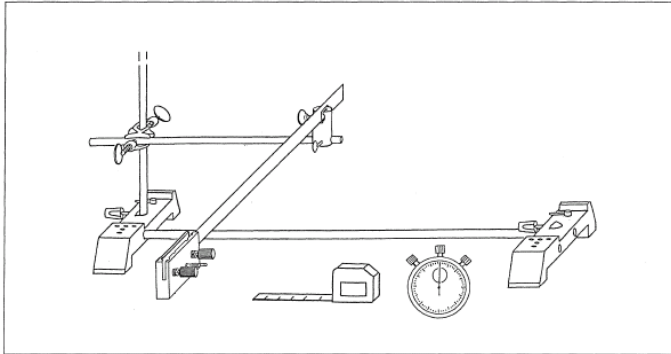


Fig. 4: Disposición del experimento para medir el período de oscilación de un péndulo de resorte de lámina
Parámetros: longitud ℓ del resorte de lámina; masa m del péndulo, compuesta por el bloque con abrazaderas y las pesas de quita y pon

- Según diagrama de la figura 4.
- Elegir una longitud del resorte de lámina (según figura 5) $\ell = 6$ cm.
- Hacer oscilar el resorte de lámina
Averiguar con el cronómetro el período de oscilación T como promedio de al menos 10 oscilaciones
▶ Tabla 2.
- Medir T para las longitudes $\ell = 8, 10, 12 \dots 22$ cm.
- Aumentar la masa del péndulo a $m = 104$ g colocando una pesa en el bloque con abrazaderas.
Repetir el experimento con esta masa del péndulo
▶ Tabla 2.
- Aumentar la masa del péndulo a $m = 154$ g colocando una segunda pesa.
Repetir el experimento con esta masa del péndulo
▶ Tabla 2.

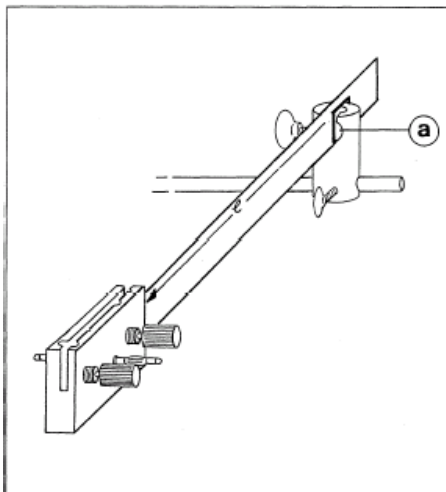


Fig. 5: Bosquejo complementario a la Fig. 3 para la definición de la longitud ℓ del resorte de lámina en el péndulo de resorte de lámina, (a): platillo de presión

Observaciones y mediciones:

Tabla 2: Ejemplo de medición

	$\frac{\ell}{\text{cm}}$								
	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$\frac{\ell^2}{\text{cm}^2}$									
$\frac{T}{\text{s}}$ ($m = 54$ g)									
$\frac{T}{\text{s}}$ ($m = 104$ g)									
$\frac{T}{\text{s}}$ ($m = 154$ g)									

Análisis:

- Representar gráficamente T como función de ℓ^2 con m como parámetro.
Representar gráficamente las pendientes de las rectas como función de la masa m del péndulo. ▶ Figura 6

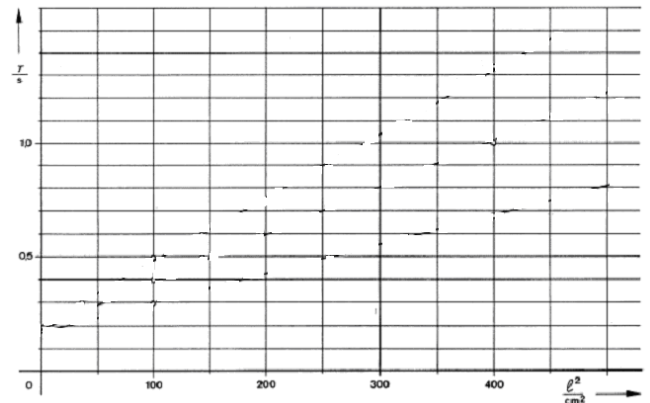


Fig. 6: Período de oscilación T para péndulos de resorte de lámina como función de ℓ^2 (ℓ : longitud del resorte de lámina) para diferentes masas de péndulo
(1) masa de péndulo $m = 54$ g (2) masa de péndulo $m = 104$ g (3) masa de péndulo $m = 154$ g

- Con ayuda de las mediciones obtener una ecuación para el período de oscilación T del péndulo de resorte de lámina con ℓ y m como variables dependientes.

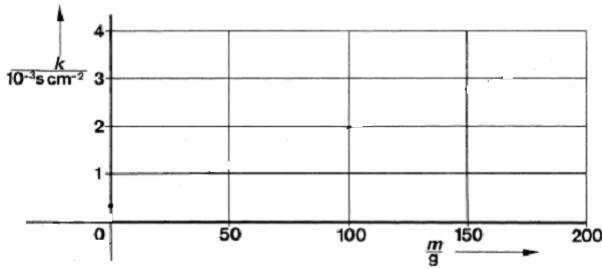


Fig. 7: Las pendientes $k = \frac{T}{\ell^2}$ (► Figuras 5/6) como función de la masa m del péndulo

- Determinar E con ayuda del resultado del experimento parcial 1.

Medir para ello ℓ y b ; considerar $h = 0,04$ cm. Verificar con un calibre. Para ello, emplear todos los resortes de lámina disponibles y sacar un valor medio.

Otra posibilidad:

Determinar la masa m_0 de todos los resortes de lámina con una balanza. ¿Qué relación hay entre h , b , ℓ , ρ_s y m_0 ?

- Con ayuda de los siguientes datos, hallar una ecuación para el módulo de elasticidad E del material del resorte de lámina (acero).

Ecuación para la constante D de una varilla de sección rectangular

$$D = \frac{F}{x} = \frac{E}{4} \cdot b \cdot \frac{h^3}{\ell^3}$$

ℓ : longitud del resorte de lámina

b : ancho del resorte de lámina

h : espesor del resorte de lámina

F : fuerza deflectora en el extremo del resorte de lámina

x : deflexión del extremo del resorte de lámina respecto de su posición de reposo

Otros datos que se suponen conocidos:

$$\rho_s = 7,86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$k_0 = 0,2427 \dots$$

(factor con el que la masa m del resorte de lámina influye en la oscilación si se supone éste con masa nula y la masa del péndulo colocada en su extremo)



Amortiguamiento de las oscilaciones por rozamiento

Análisis de las oscilaciones registradas en un péndulo de resorte de lámina

Actividades:

- Trazar las curvas de oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina variando los siguientes parámetros:
 - a) la masa adicional m ,
 - b) la longitud ℓ , del resorte
 - c) el soporte de escritura.
- Confirmar la expresión

$$\Delta a = \frac{4}{D} F_R$$

Δa : disminución de la amplitud por cada oscilación

D : constante del resorte

F_R : fuerza de rozamiento

- Averiguar la fuerza de rozamiento F_R entre la fibra del marcador y el folio plástico.
Comparar con el valor para papel como soporte de escritura.
- Deducción de la expresión 2.

Equipo:

1 resorte de lámina, $\ell = 435$ mm	352 051
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 par de pesasde	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
1 mordaza doble S.....	301 09
1 mordaza universal	666 615
1 platillo de presión	200 65 559
1 dinamómetro de tensión y compresión, 1,5 N.....	314 01
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 cuerda, longitud aprox. 15 cm	200 70 322
1 fibra de fieltro, \varnothing máximo: 6,5 mm	
1 regla	
1 folio plástico	



Montaje:

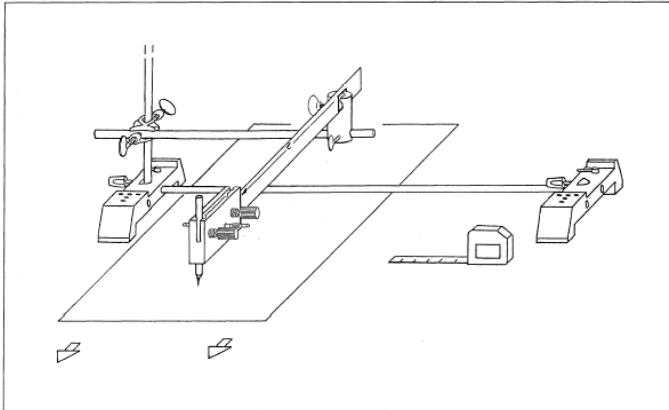


Fig. 1: Montaje: Péndulo de resorte de lámina, registro de oscilaciones con fibra de marcador

- ▶ Figura 1:
- Regular la longitud ℓ del resorte de lámina con la cinta métrica en el valor $\ell = 15 \text{ cm}$ como muestra la figura 2.
- ⚠ Alinear con cuidado el platillo de presión (a) Soporte de escritura: hoja de papel.

Realización:

- Desviar lateralmente el extremo del resorte de lámina unos 6 cm y jalar de la hoja de papel con velocidad uniforme de aproximadamente $1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ en la dirección que marca la flecha.

Resultado: Curva 1.

- Colocar 2 pesas en el bloque con abrazaderas. Poner una hoja nueva y repetir el experimento.

Resultado: Curva 2.

- En base a la figura 2

$$\text{hallar } D_1 = \frac{F_1}{s_1} \quad (\text{p. ej., elegir } F_1 = 0,4 \text{ N}) \quad \blacktriangleright \text{Tabla}$$

La dirección de la fuerza debe ser paralela a la varilla de soporte pequeña.

$$D_1 = \frac{F_1}{s_1} = \frac{0,4 \text{ N}}{5,0 \text{ cm}} = 0,08 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \quad \blacktriangleright \text{Tabla}$$

- Extraer las pesas. Aumentar la longitud del resorte de lámina:

$\ell = 20 \text{ cm}$.

Trazar la curva de oscilaciones como se hizo antes.

Resultado: Curva 3.

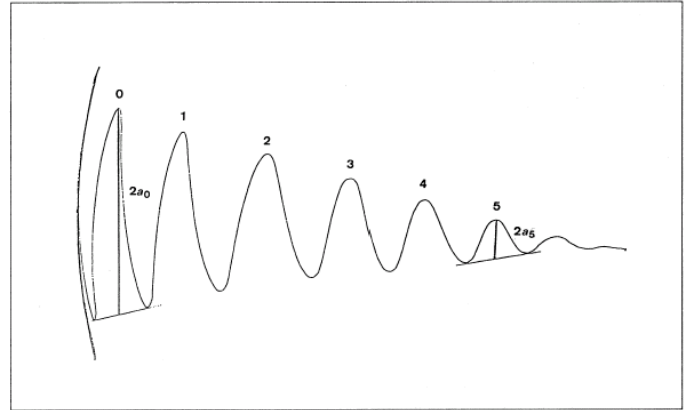


Fig. 1.1: Curva 1: Curva de oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina con rozamiento entre un marcador y el papel.
Longitud del péndulo $\ell = 15 \text{ cm}$,
Masa del péndulo $m = 54 \text{ g}$

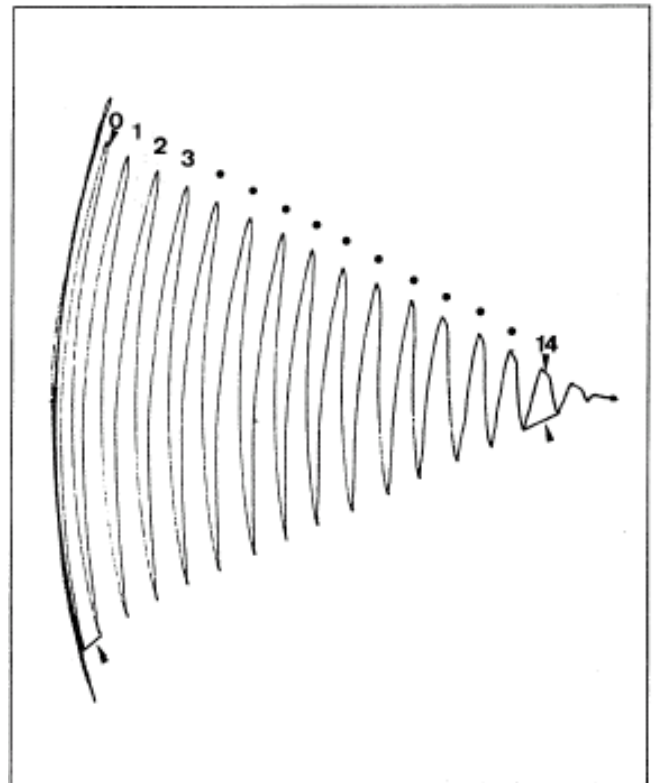


Fig. 1.2: Curva 2: Curva de oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina con rozamiento entre un marcador y el papel.
Longitud del péndulo $\ell = 15 \text{ cm}$,
Masa del péndulo $m = 154 \text{ g}$

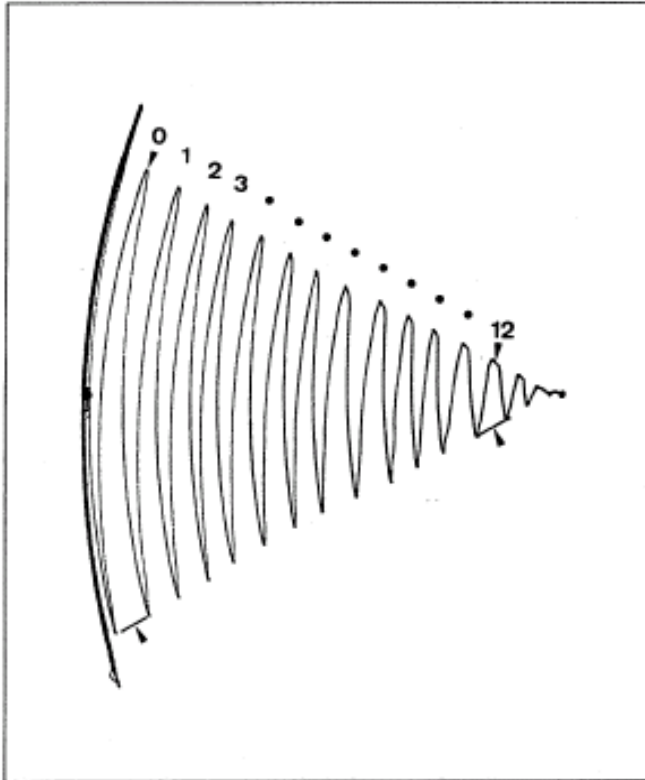


Fig. 1.3: Curva 3: Curva de oscilaciones de un péndulo d resorte de lámina con rozamiento entre un marcador y el papel.
Longitud del péndulo $\ell = 20$ cm,
Masa del péndulo $m = 54$ g

- Hallar la constante del resorte $D_2 = \frac{F_2}{s_2}$ (▶ Figura 2)
(p. ej., elegir $F_2 = 0,2$ N)
▶ Tabla
- ▶ Tabla

- Sin cambiar el montaje del experimento ($\ell = 20$ cm), trazar la curva de oscilaciones sobre el folio plástico.
Resultado: Curva 4

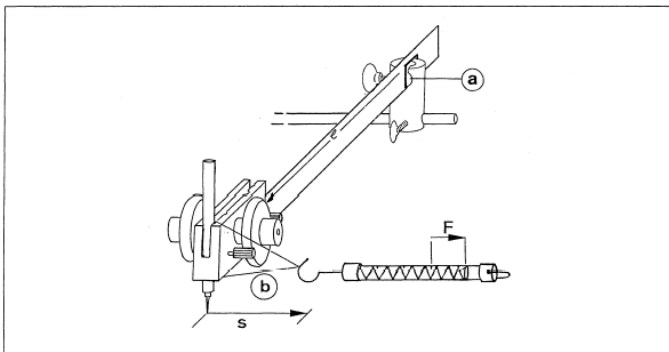


Fig. 2: Deflexión del resorte de lámina con un dinamómetro
(a) platillo de presión (b) hilo de pesca, ℓ : longitud del resorte de lámina

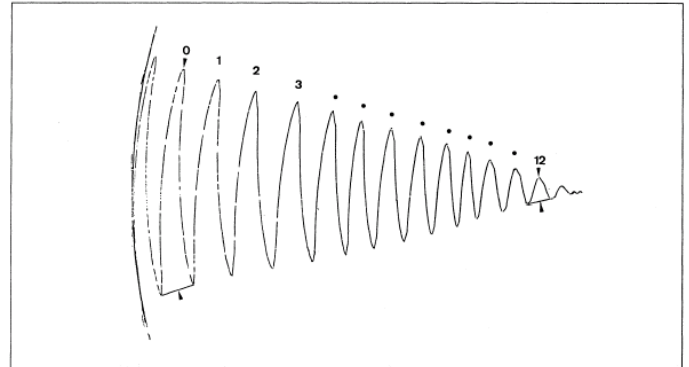


Fig. 2.1: Curva 4: Curva de oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina con rozamiento entre un marcador y un folio plástico.
Longitud del péndulo $\ell = 20$ cm,
Masa del péndulo $m = 54$ g

Observaciones y mediciones:

Tabla: Δa = disminución de la amplitud por cada oscilación

curva N°	1	2	3	4
longitud del péndulo $\frac{\ell}{\text{cm}}$	15	15	20	20
constante del resorte $\frac{D}{\text{mN} \cdot \text{cm}^{-1}}$				
masa del péndulo $\frac{m}{\text{g}}$				
soporte de escritura	papel	papel	papel	folio plástico
$\frac{\Delta a}{\text{cm}}$				



Análisis:

- Confirmar la expresión

$$\Delta a = \frac{4}{D} \cdot F_R$$

En tanto la expresión se corresponda con las curvas trazadas, Δa en la curva 1 debería ser equivalente a Δa en la curva 2. ¿Por qué?

- Con ayuda del valor de $F_{R(\text{papel})}$ calculado y de la constante del resorte D_2 medida, calcular Δa de la curva 3.
¿Es buena la coincidencia del valor con el resultado experimental que brinda la curva 3 (► Tabla)?

Sugerencia para el análisis:

La doble amplitud inicial $2a_0$ y la doble amplitud $2a_n$ después de n oscilaciones se extraen, de acuerdo a la figura 3 (aquí $n = 5$), del diagrama correspondiente.

¿Cómo puede calcularse la diferencia de amplitudes Δa de dos oscilaciones contiguas?

- Escribir la fórmula para Δa que contiene a_0 , a_n y n .

- Hallar Δa en base a las curvas 1, 2, 3, 4. Ingresar valores ► Tabla

- Deducción de la expresión

$$\Delta a = \frac{4}{D} F_R$$

La relación se obtiene fácilmente del balance de energía.

Requisitos:

- Validez de una ley lineal de fuerzas
- Constancia de la fuerza de rozamiento (que no sea función de la velocidad)

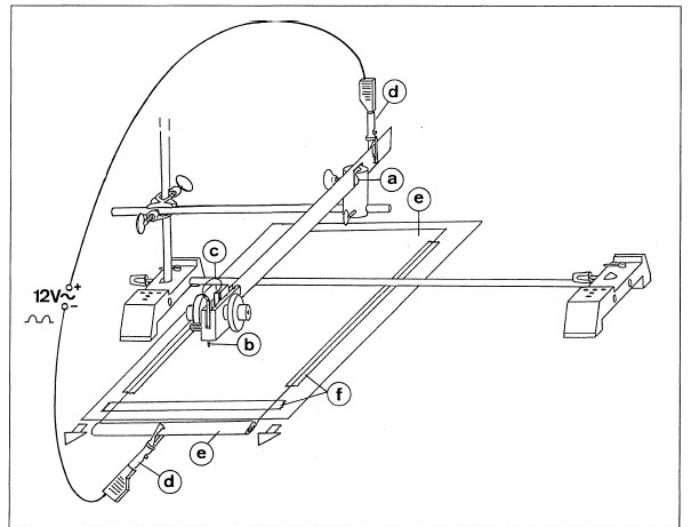


Fig. 3: Montaje: Péndulo de resorte de lámina, registro de oscilaciones con aguja eléctrica de escritura
Tensión de alimentación: tensión continua pulsante de 12 V
a) platillo de presión b) aguja de escritura c) conector de 2 mm d) pinzas cocodrilo e) papel metálico de registro tensado sobre cartón f) cinta Tesa

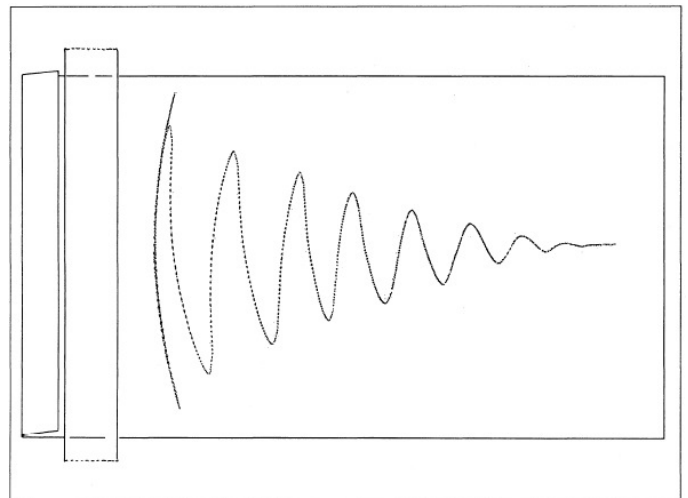


Fig. 4: Curva de oscilaciones para un péndulo de resorte de lámina
longitud del péndulo $\ell = 20$ cm,
masa m del péndulo = 154 g,
distancia entre marcas de tiempo = 0,01 s



Diagramas de espacio-tiempo y de velocidad-tiempo para oscilaciones armónicas

Análisis, mediante marcas eléctricas de tiempo, de las oscilaciones del péndulo

Actividades:

- Trazar la amplitud s de las oscilaciones de un péndulo físico de varilla en función del tiempo t con ayuda de marcas de tiempo de 100 Hz
- Averiguar el período de oscilación T contando las marcas temporales
- Representar la curva $s(t)$ con el eje de tiempo linealizado (diagrama de espacio-tiempo)
- Obtener la curva $\bar{v}(t) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (diagrama de espacio-tiempo)
- Describir en términos matemáticos la función $s(t)$
- Describir en términos matemáticos la función $v(t)$.

Equipo:

1 péndulo físico de varilla con eje..... de	346 03
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 par de pesasde	340 85
1 aguja de escritura	683 26
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
1 mordaza doble S.....	301 09
1 par de pinzas de cocodrilo.....de	501 861
1 par de cables, 1 m, rojo, azul.....p. ej.	501 46
1 rollo de papel metálico	346 06
1 lupa, aumento 8x	667 127
1 fuente de tensión, 12 V tensión alterna rectificada por onda completa (pulsos de 100 Hz)p. ej.	562 73

Montaje:

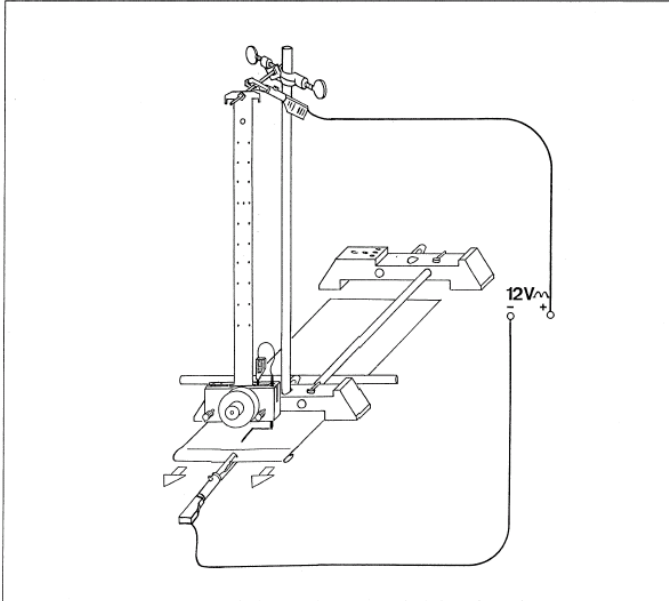


Fig. 1: Montaje para registrar la amplitud de un péndulo físico de varilla en función del tiempo; marcas de tiempo de 100 Hz en el papel metálico

- ▶ Figura 1:
- Plegar el borde delantero del papel metálico hacia afuera, a fin de lograr un buen contacto eléctrico con la pinza de cocodrilo.
- Distancia: bloque con abrazaderas-papel metálico: 4-5 mm
- Prestar atención a la polaridad de la fuente de tensión pulsante a 100 Hz.

Indicación:

La varilla de soporte detrás de la base de soporte delantera sirve para la impresión en el papel metálico.

NOTA:

Debe polarizarse el papel metálico negativamente, ya que así se obtienen mejores puntos de marcación.

De ser necesario, en lugar de la aguja de escritura puede emplearse también una simple aguja o una aguja roma.

Realización:

Realizar el experimento de a dos, de ser posible: (experimentadores A y B)

- A desvía el péndulo físico de varilla unos 5 cm a la derecha de la posición cero.
- B jala del papel metálico de manera uniforme y recta a unos 10 cm por segundo.
- A libera el péndulo no bien se supera el rozamiento inicial del papel.

NOTA:

Si se jala del papel de manera recta y uniforme se obtiene una curva $s(t)$ que casi no precisa correcciones. Aun tras un desplazamiento muy poco uniforme es posible un análisis correcto gracias a las marcas de tiempo.

Ejemplo: ▶ Figura 2

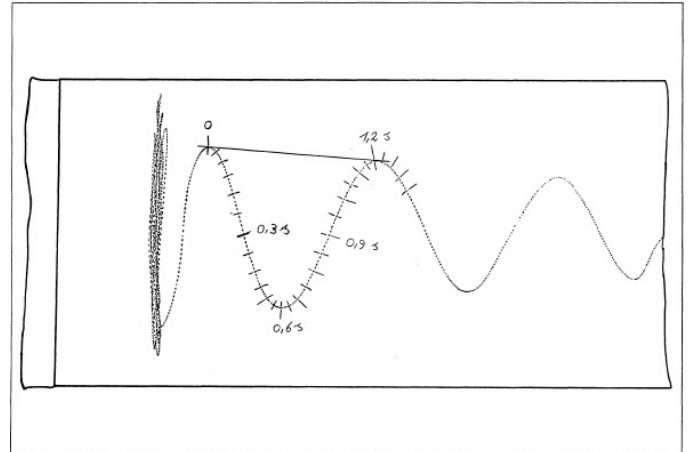


Fig. 2: Trazado sobre papel metálico de la oscilación de un péndulo físico de varilla con marcas de tiempo de 100 Hz. Obtención del período de oscilación T trazando una tangente

Análisis:

- Trazar una tangente a los dos primeros máximos de la curva de oscilaciones. Observar con lupa los puntos de la curva. Resaltar con un trazo una de cada 5 marcas de tiempo en el segmento de la curva comprendido entre los dos puntos de contacto de la tangente. Accesorios: lupa.

- ¿Cuánto vale el período T de la oscilación del péndulo físico de varilla trazada?

¿Dónde se ubica la elongación $s = 0$?

Hacer pasar el eje cero por estos puntos de la curva.

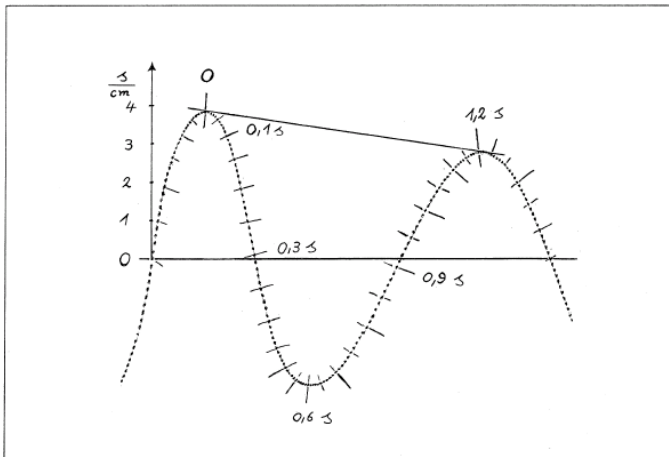


Fig. 3: Detalle aumentado de la Fig. 2; trazado del eje cero (eje de tiempo)

Elegir la escala del eje de tiempo como en el diagrama $s(t)$.

¿Cómo puede relacionarse lógicamente en el tiempo $\bar{v}(t)$ con los valores $s(t)$?

Trazar el diagrama $\bar{v}(t)$.

¿Qué relaciones pueden inferirse directamente entre los diagramas de espacio-tiempo y de velocidad-tiempo hallados?

¿Cómo influye el rozamiento?

Tabla

			$\bar{v} = \frac{\Delta s}{0,05 \text{ s}}$
t ms	s cm	Δs cm	\bar{v} cm s ⁻¹
0			
0,05			
0,10			
0,15			
0,20			
0,25			
0,30			
0,35			
0,40			
0,45			
0,50			
0,55			
0,60			
0,65			
0,70			
0,75			
0,80			
0,85			
0,90			
0,95			
1,00			
1,05			
1,10			
1,15			
1,20			
1,25			

- Representar la curva $s(t)$ con el eje de tiempo linealizado (diagrama de espacio-tiempo),

Seguir resaltando una de cada 5 marcas de tiempo a la derecha y a la izquierda hasta llegar al eje de cero.

Representar sobre papel milimetrado en un diagrama con eje de tiempo t linealizado la amplitud s de las marcas de tiempo resaltadas.

Accesorios: tiras de papel, lápiz con punta fina.

Elegir como origen de tiempos el primer punto por donde la curva pasa por cero.

Unir los puntos.

- Obtención de la curva $\bar{v}(t) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (diagrama de velocidad-tiempo).

Medir y anotar las amplitudes s de las marcas de tiempo t resaltadas para una oscilación entera.

► Tabla

Calcular las diferencias $\Delta a = s(t + 0,05 \text{ s}) - s(t)$ ► Tabla

Calcular la velocidad media \bar{v} entre las marcas de tiempo. ► Tabla

Trazar el diagrama $\bar{v}(t)$,

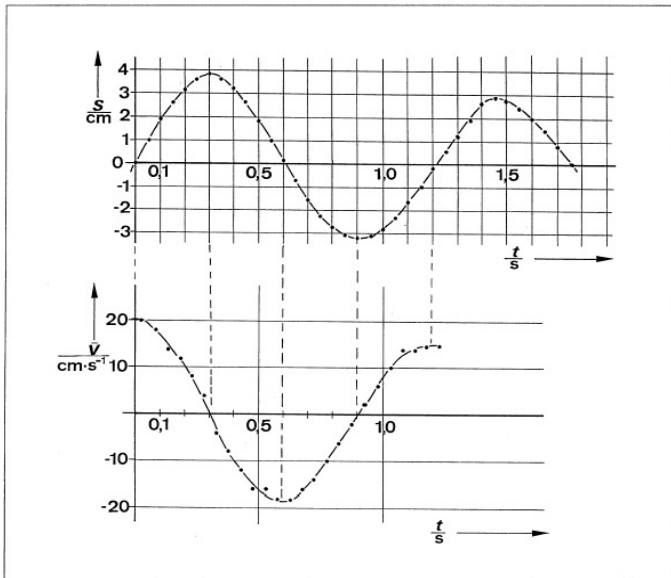


Fig. 4/5: Arriba:
Diagrama de espacio-tiempo: amplitud s como función del tiempo t para eje de tiempos lineal
Abajo:
Diagrama de velocidad-tiempo: velocidad media \bar{v} para cada intervalo Δt del diagrama $s(t)$

- Describir $s(t)$ en términos matemáticos.

- Describir la función $\bar{v}(t)$ en términos matemáticos.

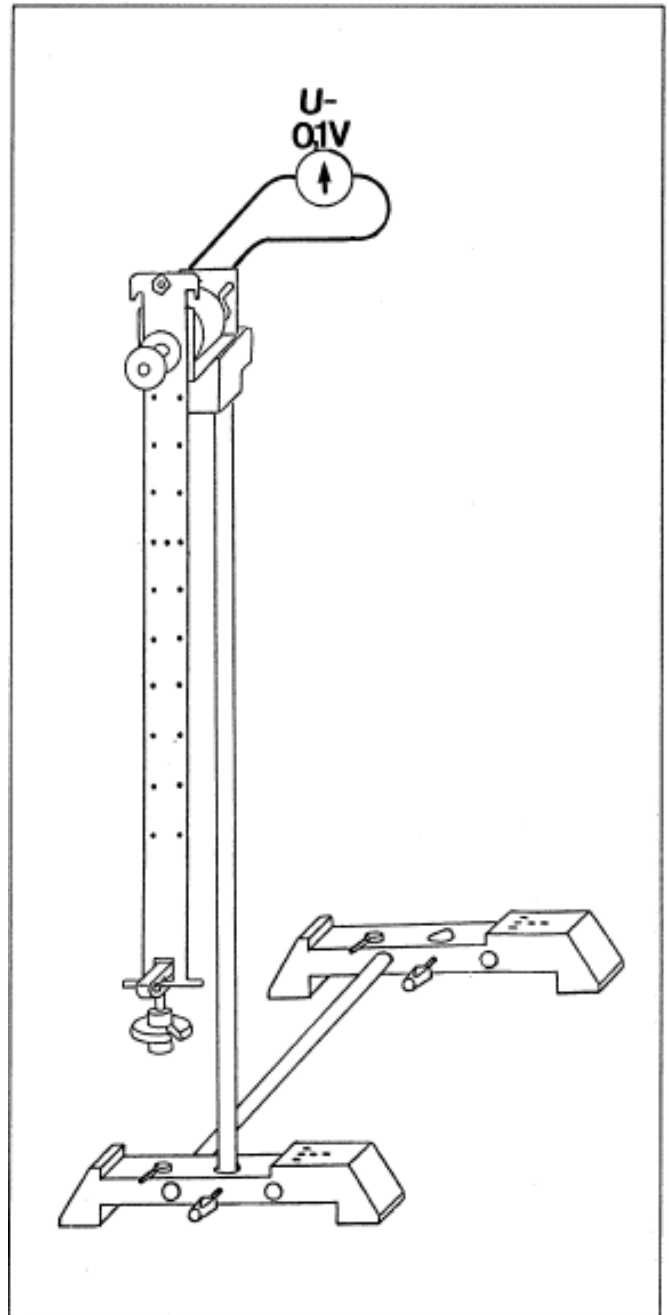


Fig. 6: Montaje para transformar velocidades en tensiones con el motor y el generador (579 43) como transductores y un voltímetro de cero al centro como indicador
En lugar del voltímetro puede conectarse también un almacenador de datos o registrador (osciloscopio con memoria; CASSY; registrador TY)



Oscilaciones forzadas en péndulos

Actividades:

- Montar un experimento para que diversos péndulos de resorte entren en oscilación forzada por las oscilaciones de un péndulo de resorte de lámina excitado manualmente.
- Registrar una curva de calibración que represente el período de oscilación T del resorte de lámina como función de su longitud ℓ .
- Estudiar las condiciones de resonancia.

Equipo:

1 resorte de lámina, $\ell = 435$ mm.....	352 051
1 resorte helicoidal (A) 0,1 N/cm	352 07
1 resorte helicoidal (B) 0,25 N/cm	352 08
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 juego de 6 pesas, 50g c/u.....	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
1 mordaza doble S.....	301 09
1 mordaza universal	666 615
1 platillo de presión	200 65 559
2 bloques de soporte	301 25
2 asas de soporte fijables	314 04
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 cronómetro.....p. ej.	313 07

1 Primer experimento parcial

Montaje:

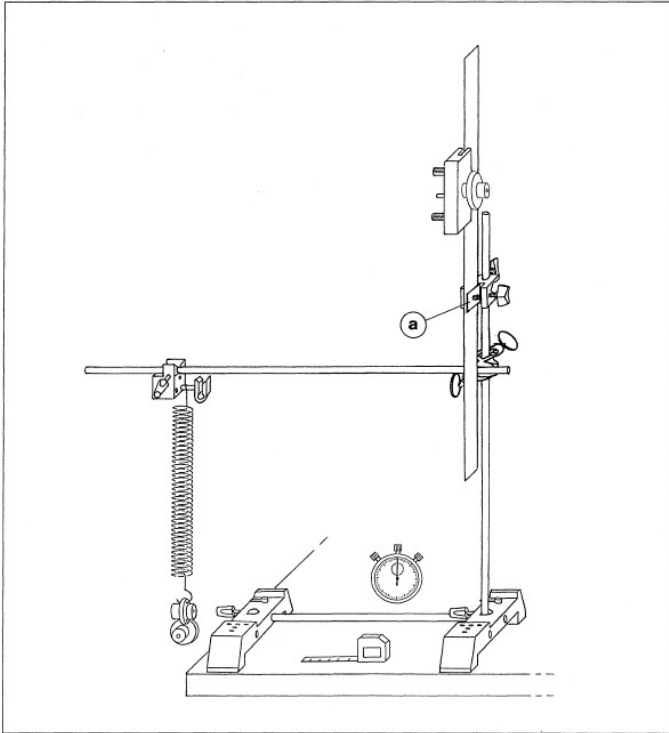


Fig. 1: Montaje para demostrar las oscilaciones en resonancia

- ▶ Figura 1
- Enganchar el resorte de lámina según la figura 2. (Medir con la cinta métrica la longitud de la parte no oscilante del resorte de lámina: 20 cm)



No olvidar el platillo de presión (a).
Usar el resorte de lámina blando (A).

Realización:

- Variar la longitud ℓ del resorte de lámina (▶ Figura 2) entre 5 cm y 7 cm. Hacer oscilar el resorte de lámina con amplitud constante y observar el resorte helicoidal.
¿Para qué longitud ℓ se da la máxima oscilación del péndulo de resorte?

La máxima oscilación del péndulo de resorte helicoidal se da para una longitud del péndulo excitador (de resorte de lámina) $\ell = 6$ cm.

- Registrar una curva de calibración que represente el período de oscilación T del resorte de lámina como función de su longitud ℓ .

Para ello, variar ℓ desde 4 cm hasta 16 cm en pasos de 1 cm.

▶ Tabla 1

Medir T (como valor medio de al menos 10 oscilaciones) con el cronómetro.

- Medir los períodos de oscilación de ambos resortes helicoidales para cargas de $m = 50$ g, 100 g, 150 g, 200 g ▶ Tabla 2

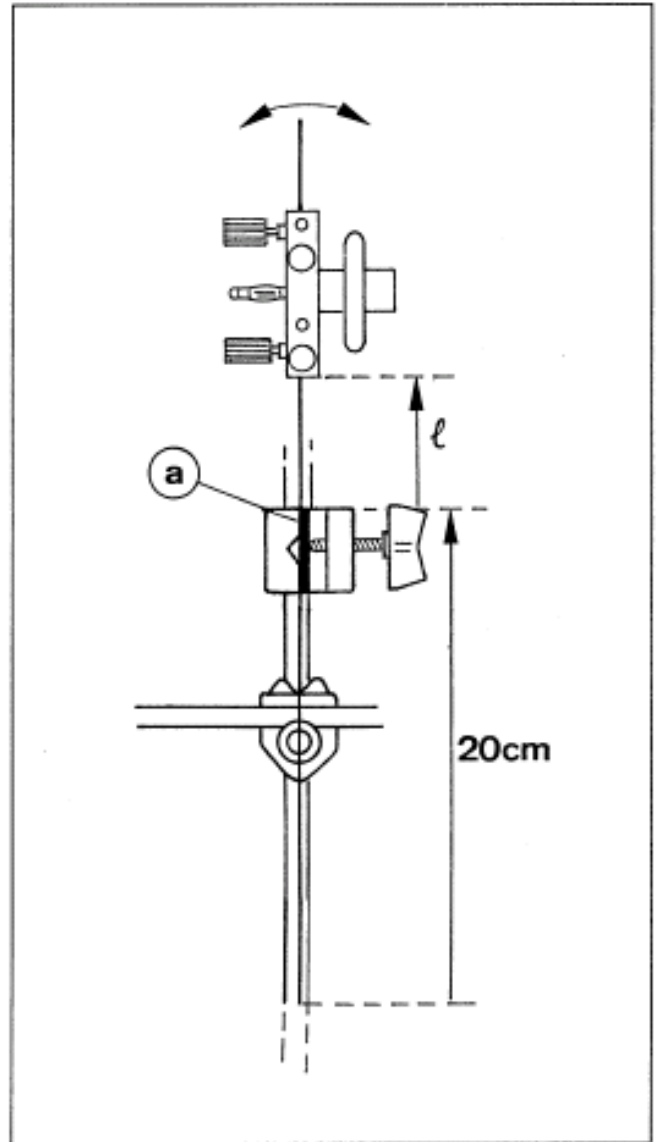


Fig. 2: Bosquejo complementario a la Fig. 1. Colocación del resorte de lámina mediante el platillo de presión (a): definición de la longitud ℓ



Observaciones y mediciones:

Tabla 1

$T(\ell)$ según figuras 1 y 2

$\frac{\ell}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$
4,0	
5,0	
6,0	
7,0	
8,0	
9,0	
10,0	
11,0	
12,0	
13,0	
14,0	
15,0	
16,0	

Análisis:

- Representar gráficamente la curva de calibración $T(\ell)$ del resorte de lámina (► Tabla 1). ► Figura 3
- Introducir en la tabla 2 la longitud ℓ del resorte de lámina que corresponda a igual período de oscilación. Extraer de la curva de calibración $T(\ell)$ el valor para ℓ .

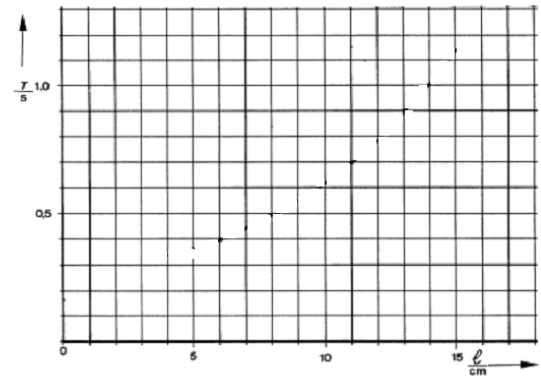


Fig. 3: Curva de calibración $T(\ell)$
Período de oscilación T del resorte de lámina como función de la longitud ℓ del resorte de lámina.

Tabla 2

Ejemplo de medición (A: resorte blando; B: resorte duro)

$\frac{m}{\text{g}}$	A		B	
	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{\ell}{\text{cm}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{\ell}{\text{cm}}$
50				
100				
150				
200				

NOTA:

Un péndulo de resorte no sólo puede oscilar de forma longitudinal sino también transversal, como un péndulo físico. El péndulo B con $m = 50 \text{ g}$ suele excitarse de esta segunda forma.

2 Segundo experimento parcial

Montaje:

- De manera análoga a la figura 1, colgar de la varilla de soporte horizontal del montaje dos péndulos helicoidales distintos, tal como muestra la figura 4.

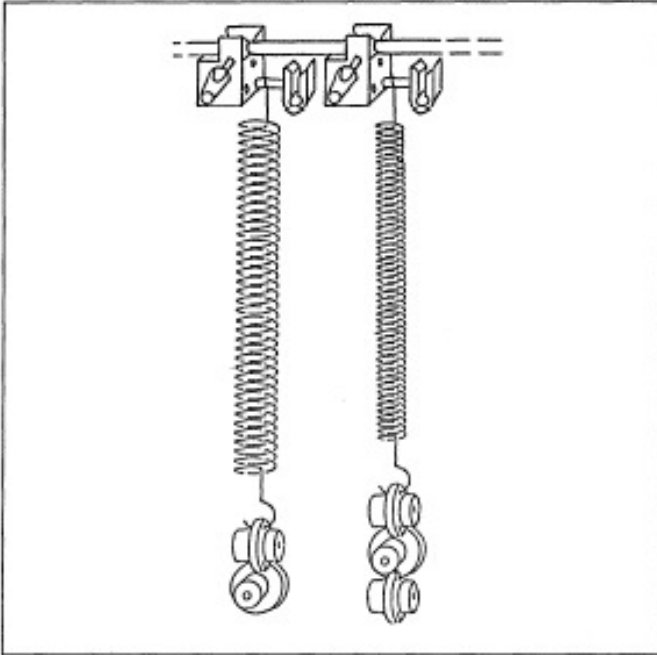


Fig. 4: Colocación de dos péndulos de resorte en la varilla horizontal de soporte del montaje según la Fig. 1.

Realización:

- Mostrar que puede excitarse arbitrariamente uno u otro péndulo para hacerlos oscilar, si se elige la longitud l del resorte de lámina correspondiente.
- Cambio de roles:
Excitar los péndulos hasta hacerlos oscilar y observar el resorte de lámina.

Análisis:

- ¿En qué ámbito de la tecnología aparece la resonancia?
- ¿Dónde es útil y dónde molesta?
- ¿Bajo qué condiciones se dan fenómenos de resonancia?

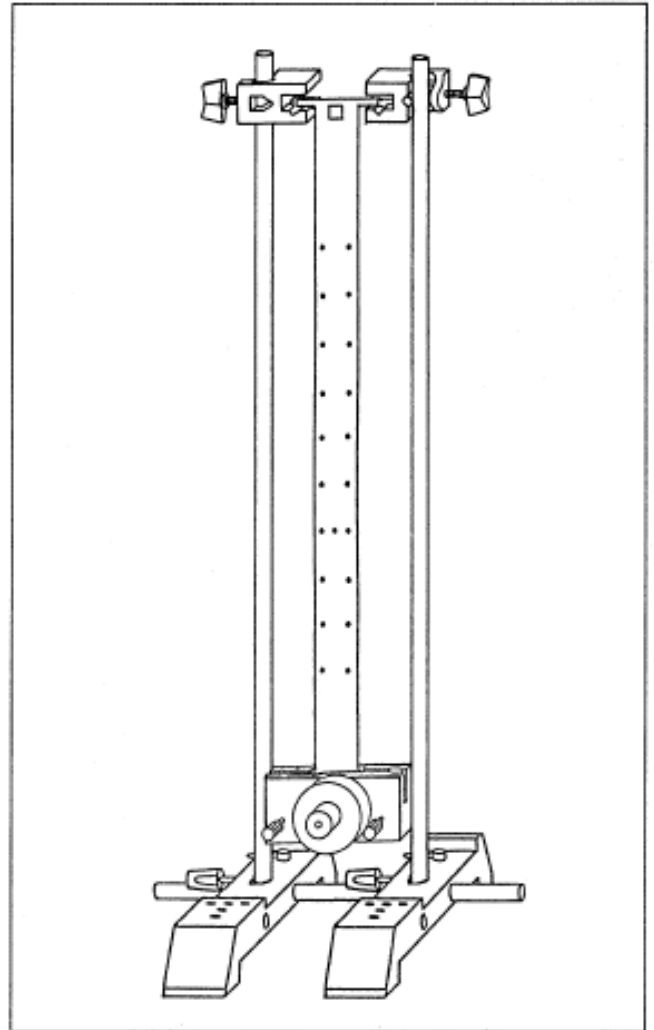


Fig. 5: Montaje para demostrar las oscilaciones por resonancia mediante el soplo rítmico sobre un péndulo físico de varilla.



Oscilaciones forzadas en un péndulo físico de varilla con registro de amplitud

Actividades:

- Comparar la frecuencia f de un péndulo de varilla en oscilación forzada con la frecuencia de excitación f_M de un motor acoplado.
- Comparar la fase φ del motor y del péndulo de varilla según la frecuencia f .
- Determinar la frecuencia propia f_0 .
- Averiguar las fases para $f \gg f_0$ y $f \ll f_0$.
- Averiguar la amplitud s del péndulo físico de varilla como función de la frecuencia de excitación f_M .

Equipo:

1 péndulo físico de varilla con eje.....	346 03
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 pesa, 50 g	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm.....	301 26
2 varillas de soporte, 50 cm.....	301 27
1 mordaza universal	666 615
2 bloques de soporte	301 25
1 motor STE con palanca oscilante	579 42
1 cuerda	200 70 322
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 generador de funciones S12.....	522 62
1 fuente de tensión, 12 V~ p. ej., el transformador de 6/12 V, 30 W.....	562 73
1 par de cables, 1 m, rojo, azul.....	501 46
1 cronómetro.....	313 07
1 hoja de papel DIN A4, (con renglones)	

1 Primer experimento parcial

Montaje:

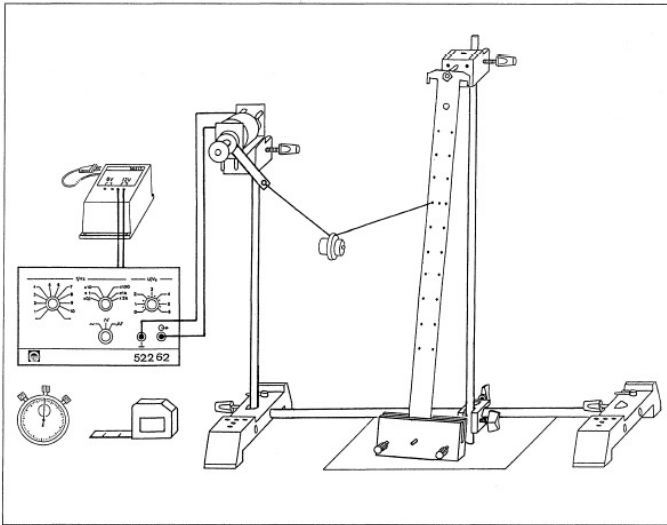


Fig. 1: Montaje del experimento para obtener oscilaciones forzadas en un péndulo físico de varilla

- Figura 1:
- Distancia del eje a la superficie de la mesa $l = 42$ cm. La palanca oscilante y el péndulo de varilla deben moverse de manera más o menos paralela y estar en un mismo plano.
- Cortar unos 30 cm de cinta de acople y atarla a la palanca oscilante y al péndulo de varilla a igual altura.

Realización:

- Seleccionar en el generador una tensión de 3 V_s. Fijar con el generador de funciones una frecuencia de excitación, por ejemplo, 0,9 Hz.
- Observar las frecuencias de oscilación f_M de la palanca oscilante del motor y f del péndulo de varilla en cuanto el péndulo comience a oscilar con amplitud constante.
- Repetir el experimento para otras frecuencias (por ejemplo, aprox. 0,6 Hz; 1 Hz; 1,5 Hz).

Análisis:

- ¿Qué relación hay entre la frecuencia de excitación f_M del motor y la frecuencia f del péndulo físico de varilla que oscila por excitación?

2 Segundo experimento parcial

Comparar la fase φ del motor y del péndulo de varilla

Montaje:

- Como en el experimento parcial 1 ► Figura 1

Realización:

- Medir, con el motor apagado, el período de oscilación T_0 del péndulo de varilla acoplado al motor. (Valor medio de al menos 10 oscilaciones)

El período de oscilación propio del sistema de la figura 1 es el período con el que oscila el péndulo de varilla — acoplado al motor apagado— cuando no se provee energía desde el exterior.

Medición: $T_0 = 1,08$ s;

- Calcular la frecuencia propia f_0 .

- Elegir una frecuencia de excitación $f_M \cong \frac{1}{2} f_0$ y observar los movimientos de la palanca oscilante y del péndulo de varilla, en especial, la diferencia de fase φ .
- Elegir una frecuencia de excitación f_M con valor aprox. $2 f_0$ y observar, como antes, la diferencia de fase φ .

Análisis:

- ¿Qué dice el experimento sobre la relación entre el valor de φ del péndulo físico de varilla y la frecuencia excitadora f_M del motor?



3 Tercer experimento parcial

Registro de una curva de resonancia

Experimento previo cualitativo:

Montaje:

- ▶ Figura 1

Valores fijados en el generador de funciones (parámetros de escala):

$$U = 2 \text{ V}_s, f = 0,3 \text{ Hz.}$$

Realización:

- Orientar una hoja de papel con renglones de forma que un renglón quede directamente debajo del péndulo coincidiendo con la dirección de oscilación. Elegir un borde del péndulo como posición cero y marcar.
- Esperar hasta que el péndulo oscile con amplitud constante, y marcar entonces sobre el renglón las deflexiones máximas a derecha e izquierda.

Análisis:

- ¿Qué relación existe entre la longitud de la raya así marcada y la amplitud s ?
- ¿Qué relación hay entre s y el ángulo de deflexión α ? (Distancia desde el eje del péndulo a la superficie de escritura: ℓ)
- Ir aumentando en el generador de funciones la frecuencia excitadora en intervalos de 0,1 Hz ó 0,05 Hz y esperar para cada valor a que la amplitud s se estabilice.
¿Qué observaciones pueden hacerse? ¿Para qué frecuencia el péndulo físico de varilla oscila con amplitud máxima?

Experimento cuantitativo

Montaje y realización:

- Ídem 3.1 a 3.3.
- Ahora controlar con cronómetro cada frecuencia fija. Escribir para cada amplitud s registrada el período de oscilación T .

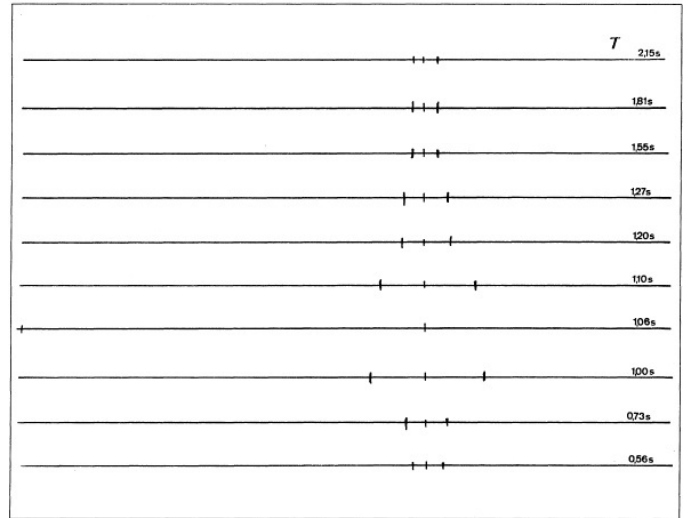


Fig. 2: Protocolo de medición, registro de la amplitud doble 2 s agregando el período de oscilación medido con cronómetro. Los registros representan un “protocolo parcial” para la siguiente tabla.
Nota: Para la resonancia con $T = 1,06 \text{ s}$, la amplitud era tan elevada que sólo fue registrada una vez.

NOTA:

Protocolo de medición, registro de la amplitud doble 2 s agregando el período de oscilación medido con cronómetro.

Los registros representan un “protocolo parcial” para la siguiente tabla.

Para la resonancia con $T: 1,06 \text{ s}$ la amplitud era tan elevada que sólo fue registrada una vez.



Dejar constante la tensión U para todas las frecuencias fijas siguientes.



Análisis del protocolo de medición obtenido:

- Tabular T y s . ▶ Tabla
- Calcular f y anotar. ▶ Tabla
- Representar en un gráfico s como función de f .
▶ Figura 3

Tabla

distancia eje de rotación – superficie de escritura: $\ell = 42 \text{ cm}$			
frecuencia regulada f/Hz	período de oscilación medido T/s	frecuencia $\frac{f}{\text{Hz}} = \frac{T^{-1}}{\text{s}^{-1}}$	amplitud $\frac{s}{\text{cm}}$
5 x 0,1			
6 x 0,1			
7 x 0,1			
8 x 0,1			
8,5 x 0,1			
9 x 0,1			
9,5 x 0,1			
10 x 0,1			
1,5 x 1			
2 x 1			

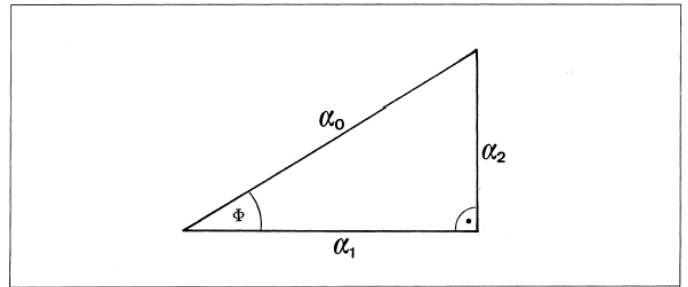


Fig. 4: Esquema geométrico para las ecuaciones

$$\alpha_1 = \alpha_0 \cos \phi$$

$$\alpha_2 = \alpha_0 \sin \phi$$

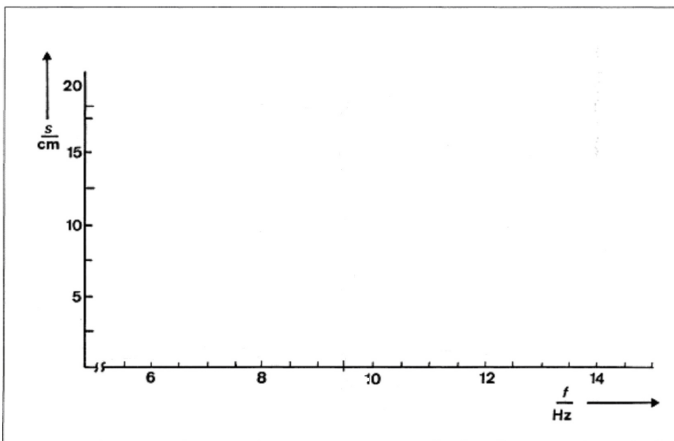


Fig. 3: Amplitud s del péndulo de varilla como función de la frecuencia excitadora

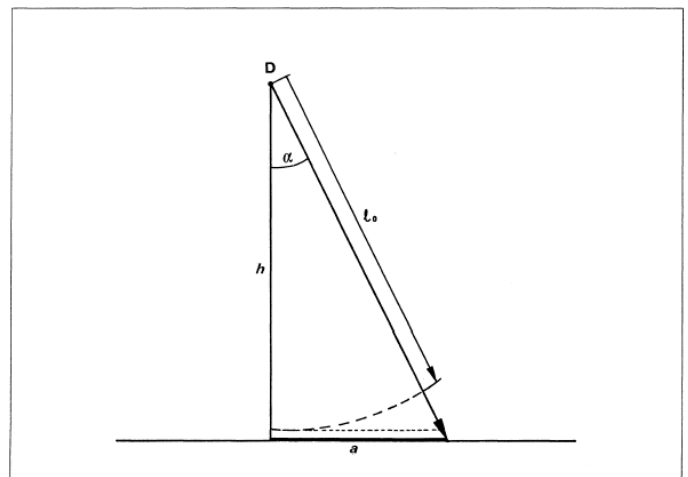


Fig. 5: Relación entre la amplitud s registrada, el ángulo de deflexión α del péndulo físico de varilla y la altura h del eje del péndulo sobre la superficie de escritura



Superposición lineal de oscilaciones, dependencia de la amplitud, la fase y la frecuencia

Actividades:

- Observar las amplitudes al superponerse dos oscilaciones de igual frecuencia:
 - a) para fase igual,
 - b) para contrafase.
- Estudiar las amplitudes de las oscilaciones y las frecuencias para la superposición de dos oscilaciones con frecuencias levemente diferentes.
- Describir cuantitativamente la oscilación por superposición.

Equipo:

1 par de péndulos de varilla con ejes	346 03
1 eje enchufable (para inversión del hilo)	340 811
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
2 bloques de soporte	301 25
2 asas de soporte fijables	314 04
4 pesas, 50 g cada una	340 85
1 cuerda, longitud aprox. 70 cm	200 70 322
1 clip para papel	
1 bloque con abrazaderas	346 05
1 cronómetro	313 07
1 hoja de papel aprox. DIN A5	
cinta Tesa	



Montaje:

- ▶ Figura 1: A fin de poder ver mejor el clip para papel, fijar como trasfondo una hoja de papel a la varilla de soporte con cinta Tesa.
- ¿Cómo se mueve el clip para papel (el indicador) cuando se desvía uno de los dos péndulos de varilla a la derecha o a la izquierda?

NOTA: El montaje permite el estudio de las elongaciones que resultan de la superposición de oscilaciones armónicas. El tema aquí no es "péndulos acoplados".

- ¿A qué distancia del eje de rotación coinciden la amplitud del péndulo de varilla con la del indicador? Hacer marcas en ambos péndulos para dicho punto. Medir también allí las amplitudes de los péndulos.

NOTA: La cuerda está sujeta en el orificio más externo de la serie de orificios. El orificio medio está a 13,8 cm del eje de rotación.

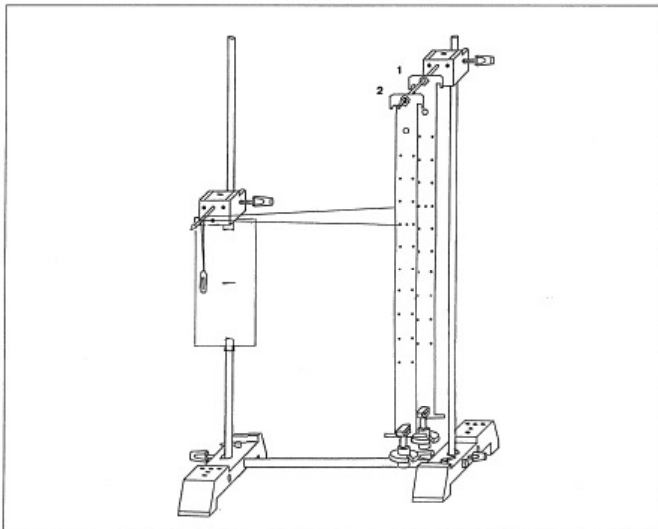


Fig. 1: Montaje para mostrar la superposición de oscilaciones lineales de igual frecuencia

Realización:

- Desplazar ambos péndulos bien hacia la derecha. Soltar los péndulos (amplitud x_0).
¿Con qué amplitud oscila el indicador (el clip para papel)?

- Desplazar en igual medida un péndulo de varilla hacia la derecha y el otro hacia la izquierda, y soltar.
¿Con qué amplitud oscila el indicador?

- Sujetar en un péndulo el bloque con abrazaderas y dos pesas a distancia $a = 9$ cm del eje de rotación, según muestra la figura 2. Desviar ambos péndulos en igual medida y soltar.
¿Cómo se mueve el indicador?

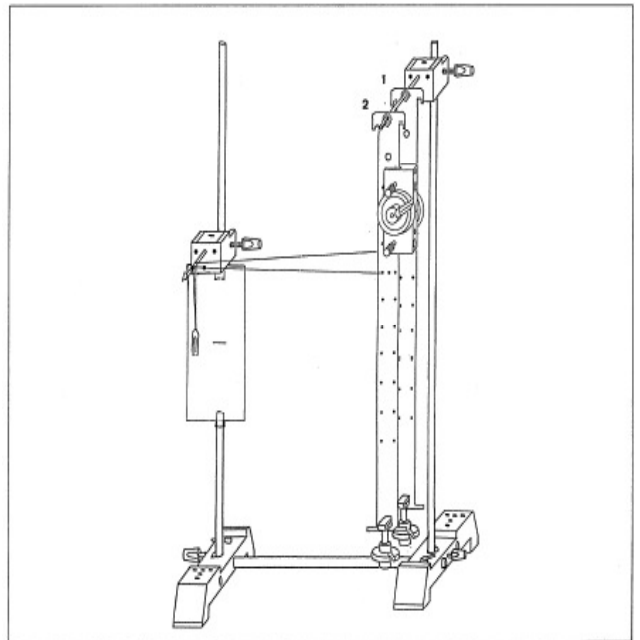


Fig. 2: Montaje para mostrar la superposición de oscilaciones lineales con frecuencias levemente distintas

- Medir con el cronómetro y anotar los períodos de oscilación T_1 y T_2 de ambos péndulos de varilla.
▶ Tabla
- Determinar el tiempo T_S con el que se repite periódicamente el movimiento del indicador. (T_S se llama período de batido). ▶ Tabla

- Repetir el experimento según la figura 3 para una distancia $a = 10$ cm.

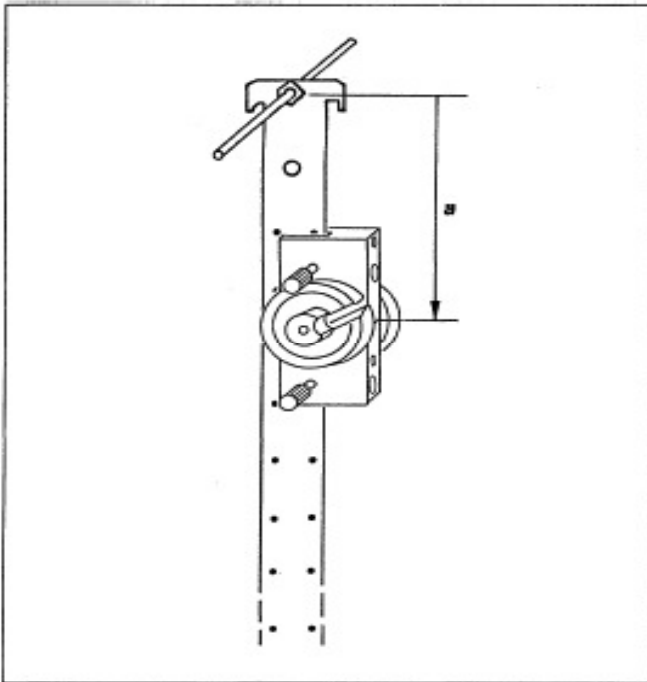


Fig. 3: Definición de la distancia a entre el centro de gravedad del bloque con abrazaderas y el eje de rotación del péndulo

Análisis:

- Con ayuda de las mediciones, verificar la relación $T_s = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 - T_2}$ e ingresar valores ▶ Tabla
- ¿Cómo es la expresión correspondiente para las frecuencias?
($f_s = \frac{1}{T_s}$; frecuencia de batido; $f_1 = \frac{1}{T_1}$; $f_2 = \frac{1}{T_2}$)

Observaciones y mediciones:

Tabla

$\frac{a}{\text{cm}}$	9	10
$\frac{T_1}{\text{s}}$		
$\frac{T_2}{\text{s}}$		
$\frac{T_s}{\text{s}}$	medido	
	calculado	
$\frac{f_1}{\text{s}^{-1}}$		
$\frac{f_2}{\text{s}^{-1}}$		
$\frac{f_2 - f_1}{\text{s}^{-1}}$		
$\frac{f_s}{\text{s}^{-1}}$ medido		

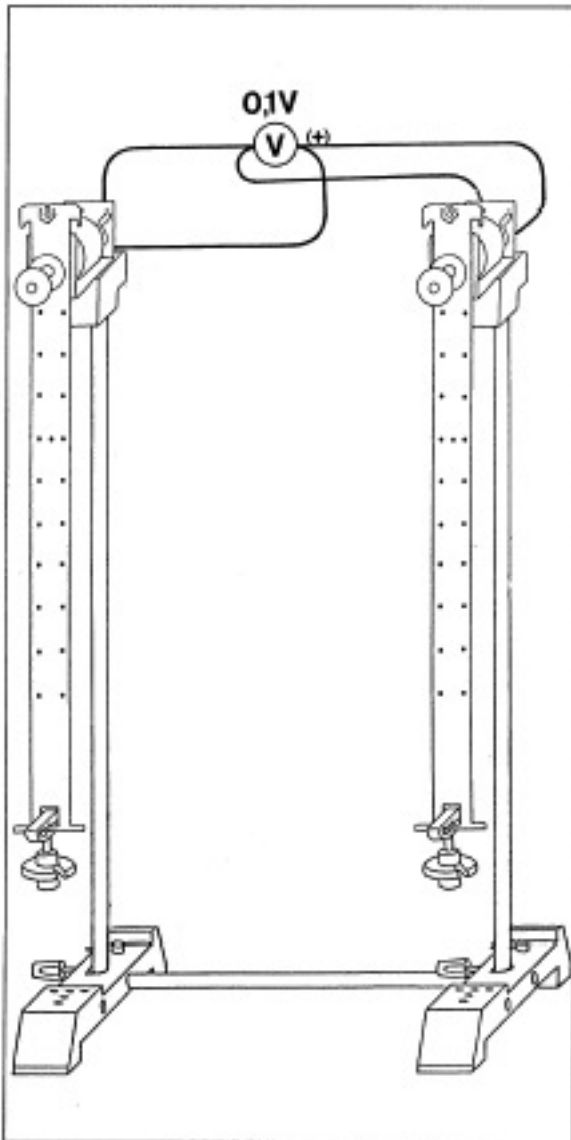


Fig. 4: Montaje con dos generadores para mostrar la superposición de velocidades angulares con ayuda de un voltímetro

Equipo:

2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
2 bloques de soporte	301 25
2 motores de c.c. y generadores tacométricos	579 43
1 par de péndulos de varilla	346 03
1 par de pesas	de 340 85
2 pares de cables, 1 m	501 46
1 voltímetro, 0,1 V, con cero al centro	p. ej. 531 67



Oscilaciones de péndulos de varilla mecánicamente acoplados

Actividades:

- Observar las oscilaciones de dos péndulos de varilla mecánicamente acoplados.
- Medir los períodos de las oscilaciones fundamentales de los péndulos:
 - período de oscilación T_1 para fase igual
 - período de oscilación T_2 en contrafase
- Interpretar las oscilaciones de los péndulos acoplados como superposición de las oscilaciones fundamentales. Comprobar experimentalmente las relaciones halladas en la teoría
 - a) para la frecuencia de batido $f_s = f_2 - f_1$
 - b) para la frecuencia de superposición $f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2}$
- Experimento adicional: Influencia del acoplamiento en la frecuencia de batido f_s .

Equipo:

1 par de péndulos de varilla con ejes	346 03
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
1 mordaza doble S	301 09
1 mordaza universal	666 615
3 asas de soporte fijables	314 04
3 pesas, 50 gde	34085
1 cuerda, longitud aprox. 20 cm	200 70 322
1 cronómetrop. ej.	313 07
1 alambre de cobre, 0,2 mm Ø, aprox. 5 cmde	550 35
o bien	
2 clips para papel	

1 Primer experimento parcial

Montaje:

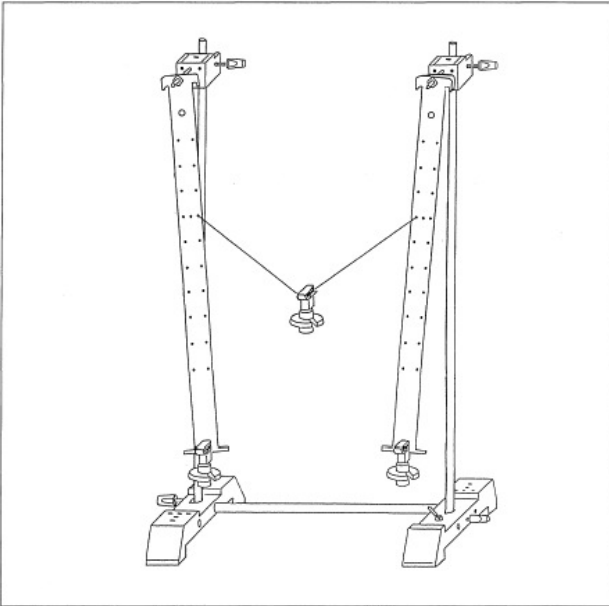


Fig. 1: Montaje del experimento: péndulos de varilla acoplados mecánicamente

- ► Figura 1:
- Longitud de la cuerda de acoplamiento: aprox. 20 cm. Para facilitar la colocación rematar ambos extremos de la cuerda con ganchos de alambre (clips para papel).

Orientar el péndulo en un plano.

Realización:

- Hacer oscilar un péndulo de la siguiente manera:
Mantener un péndulo en su posición cero y desviar el otro péndulo con una amplitud de aprox. 5 cm. Luego soltar ambos péndulos simultáneamente.
(Otra opción: impulsar un péndulo hacia atrás)

Análisis:

- Describir el fenómeno oscilatorio cualitativamente:

2 Segundo experimento parcial

Medir los períodos de las oscilaciones fundamentales de los péndulos.

Realización:

- Medir el período de oscilación T_1 para fases iguales (oscilación propia con igual velocidad e igual sentido).

Desviar los péndulos en el mismo sentido y en igual medida, según la figura 2.

Soltar.

Medir el período de oscilación T_1 (como valor medio de al menos 10 oscilaciones).

Período de oscilación para igual sentido y velocidad

$$10 T_1 =$$

$$\text{o sea, } f_1 =$$

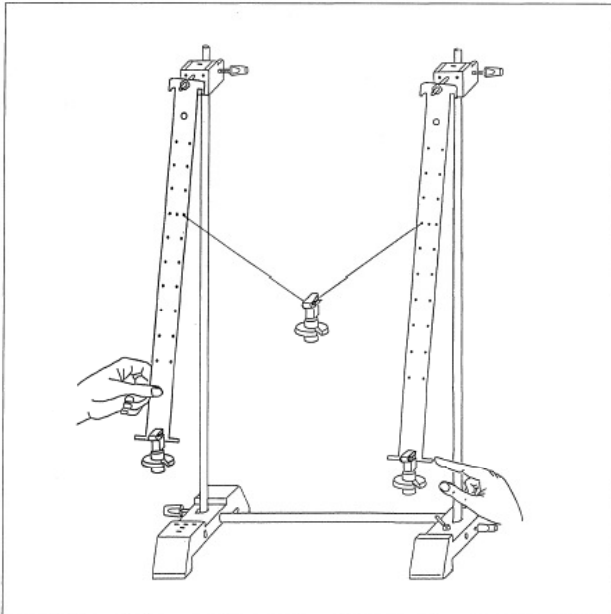


Fig. 2: Excitación de una oscilación de igual sentido y velocidad

- Medir el período de oscilación T_1 para fases opuestas (oscilación propia con igual velocidad y sentido contrario).

Desviar los péndulos en sentido opuesto y en igual medida, según la figura 3.

Soltar.

Medir el período de oscilación T_2 (como valor medio de al menos 10 oscilaciones).

Período de oscilación a igual velocidad y sentido opuesto.

$$10 T_2 =$$

$$\text{o sea, } f_2 =$$

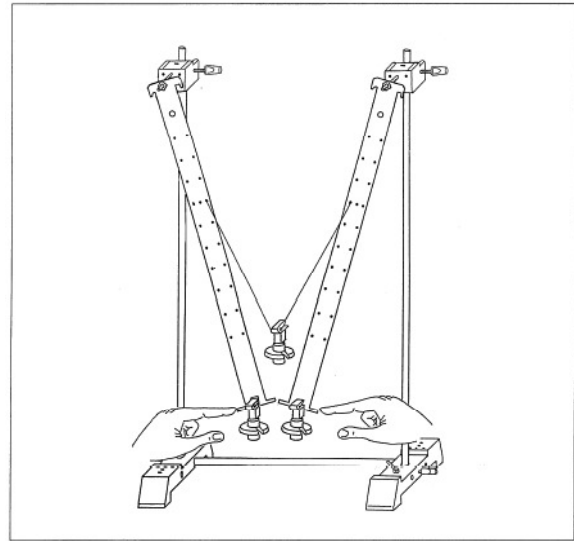


Fig. 3: Excitación de una oscilación de igual velocidad y sentido contrario

Análisis:

- Calcular f_1 y f_2 ; ingresar los datos ▶ 2.1/2.2



3 Tercer experimento parcial

Comprobaciones experimentales

Realización:

- Crear una oscilación como en el experimento parcial 1.

Medir el tiempo entre dos posiciones de velocidad nula del péndulo (período de oscilación T_s)
Repetir varias veces el experimento.

$\frac{T_s}{s}$				
-----------------	--	--	--	--

o sea, $T_s =$ (valor medio)

Calcular la frecuencia de batido f_s en base al valor medio.

y $f_s =$

- Crear una oscilación como en el experimento parcial 1.

Medir el período de oscilación T_3 de un péndulo individual para el caso de batido (valor medio de varias oscilaciones).

Calcular la frecuencia de superposición f_3 .

período de oscilación $T_3 =$
luego $f_3 =$

Análisis:

- ¿Cuál es la relación entre las frecuencias de los dos casos anteriores?

- Comparar los valores calculados para f_s y f_3 :

frecuencia de batido $f_s = f_2 - f_1 =$

frecuencia de superposición $f_3 = \frac{f_1 + f_2}{2} =$

4 Cuarto experimento parcial

Experimento adicional:

Influencia del acoplamiento en la frecuencia de batido f_s .

Modificar el acoplamiento regulando las siguientes variables:

- longitud del hilo de acoplamiento: ℓ_1
- masa de acoplamiento: m
- longitud de acoplamiento: ℓ_2
(distancia entre el punto de ataque del hilo de acoplamiento y el eje de giro de un péndulo)

Tabla (ejemplos de medición)

actividad	$\frac{\ell_1}{\text{cm}}$	$\frac{\ell_2}{\text{cm}}$	$\frac{m}{\text{g}}$	$\frac{T}{\text{s}}$	$\frac{f}{\text{Hz}}$
4.1	25		50		
	20		50		
	15		50		
4.2	20		50		
	20		100		
4.3	20		50		
	20		50		
	20		50		

Resultado:

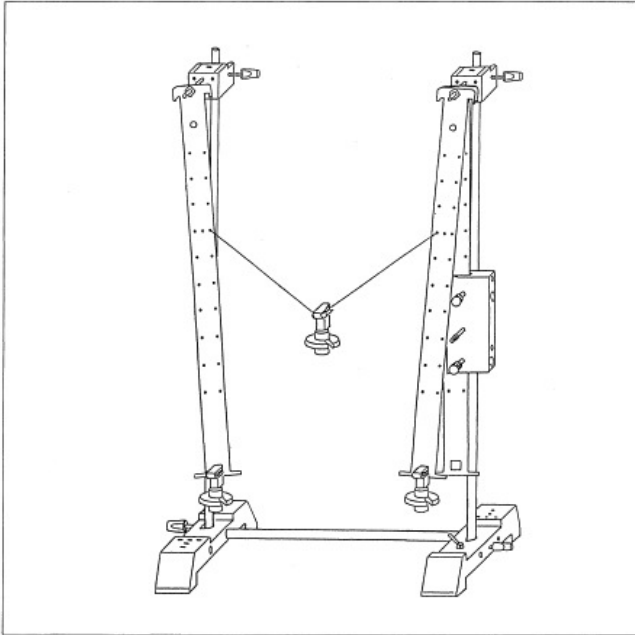


Fig. 4: Experimento para observar el salto de fase.
Se necesita además:
1 bloque con abrazaderas (como masa del péndulo) 346 05
1 péndulo de varilla de 346 03

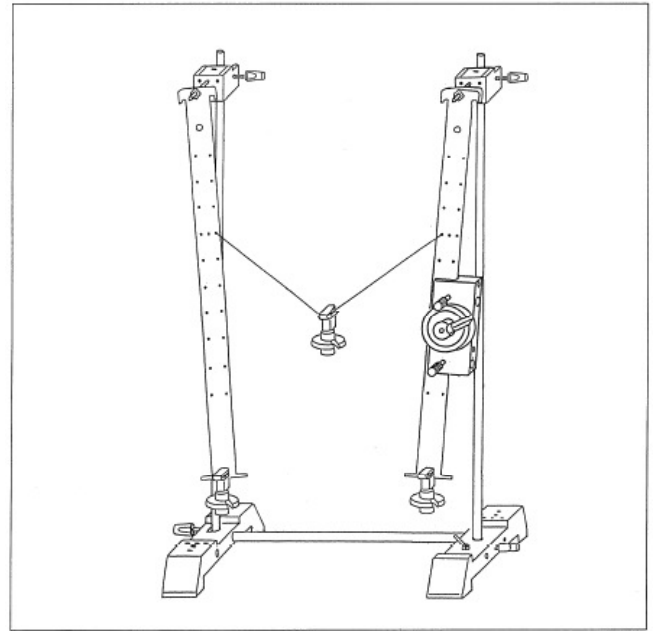


Fig. 5: Montaje experimental de péndulos desiguales acoplados
Se necesita además:
1 bloque con abrazaderas (como masa del péndulo) 346 05
2 pesas, 50 g 340 85



Oscilaciones de péndulos de resorte de lámina magnéticamente acoplados con registro de las oscilaciones

Actividades:

- Medir los siguientes períodos de oscilación para distintas distancias d entre resortes de lámina (o sea, grados de acoplamiento):
 - T_1 : período de la primera oscilación fundamental (oscilación de igual fase).
 - T_2 : período de la segunda oscilación fundamental (oscilación en contrafase).
 - T_S : período de batidoTiempo entre dos puntos de velocidad nula de un mismo péndulo
 - ¿Qué relación hay entre T_1 y T_2 ?
 - ¿Cuál es la relación de T_1 y T_2 con d ?
- Observar y describir las oscilaciones de los péndulos de resorte de lámina acoplados.
- Verificar la relación entre T_1 , T_2 y T_S .
- Trazar las oscilaciones de los péndulos acoplados e interpretarlas.

Equipo:

2 resortes de lámina	352 051
2 bloques con abrazaderas	346 05
2 pesas, 50 g cada una	340 85
2 bases de soporte MF	301 21
2 varillas de soporte, 25 cm	301 26
1 varilla de soporte, 50 cm	301 27
2 mordazas dobles S	301 09
2 mordazas universales	666 615
2 platos de presión	200 655 59
1 cinta métrica 1,5 m	311 78
1 par de imanes cilíndricos	510 48
1 cronómetro	313 07
2 fibras de fieltro de marcador	

1 Primer experimento parcial

Montaje:

- ▶ Figura 1, pero primero colgar sólo un resorte de lámina. Observar el plato de presión (a).
- Elegir, siguiendo la figura 2, una longitud ℓ del resorte de lámina de forma que el período de oscilación T_0 sea de aproximadamente 1 s.

Realización:

- Medir el período de oscilación con cronómetro. Medir ℓ con exactitud y volcar en la tabla. ▶ Tabla
- Montar a distancia d el segundo resorte de lámina con la misma longitud ℓ .
Objetivo: Dos péndulos de igual período de oscilación.
- Procedimiento: Elegir d lo más grande posible para eliminar influencias recíprocas.
Verificar los períodos de oscilación con el cronómetro.
En caso de diferencias en un péndulo, corregir la longitud de manera acorde. Luego, elegir una d de aprox. 8 cm.

Medición del período de oscilación T_1 de la oscilación fundamental de igual fase.

- Excitar ambos péndulos (mediante impulsos simultáneos en el mismo lado) para que oscilen con igual velocidad y sentido (distancia de los imanes, constante). Medir con cronómetro el período T_1 como valor medio de al menos 10 oscilaciones.

Ingresar los valores de d y T_1 . ▶ Tabla

Medición del período T_2 de la oscilación fundamental en contrafase.

- Sin modificar el montaje, excitar ambos péndulos (mediante un impulso simultáneo en las caras externas) para que oscilen en contrafase (distancia de los imanes mínima o máxima en los puntos de retorno).

Hallar el período de oscilación T_2 como antes.
▶ Tabla 2

Medición del período de batido T_S

- Detener ambos péndulos. Impulsar un péndulo hacia atrás. Medir para un mismo péndulo el tiempo entre dos puntos de velocidad nula.
Para lograr mayor precisión, medir el tiempo transcurrido entre varios puntos de velocidad nula.
▶ Tabla

- Sin modificar la longitud ℓ , repetir la medición de T_1 , T_2 , T_S para algunas distancias d mayores

$$(z. B. \frac{d}{cm} \approx 10; 12; 13; 14).$$

Ingresar los valores. ▶ Tabla

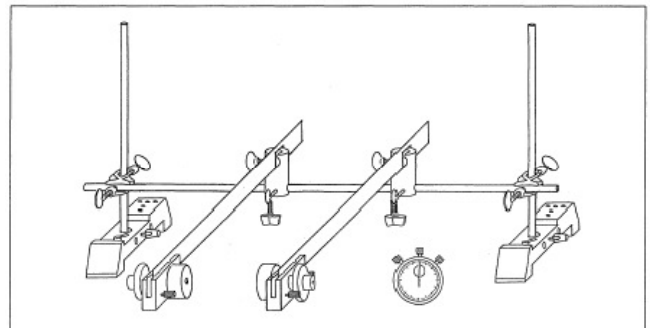


Fig. 1: Montaje: Péndulos acoplados magnéticamente

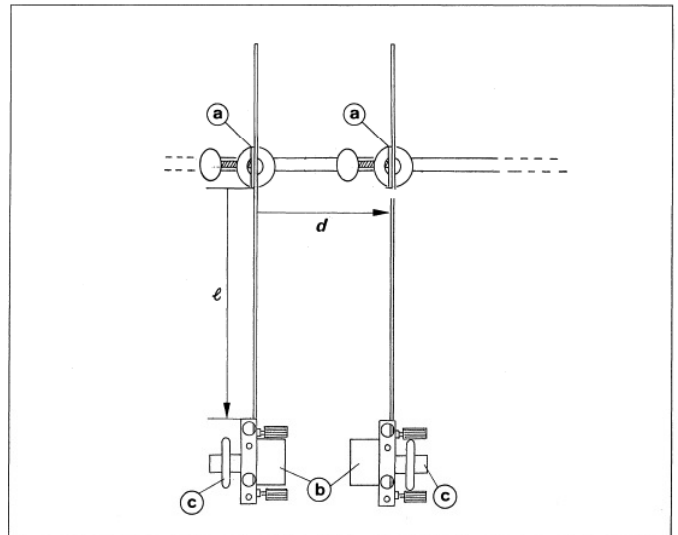


Fig. 2: Bosquejo de control para la Fig. 1

- (a) platillos de presión
- (b) imanes cilíndricos
- (c) pesas

Definiciones:

ℓ : longitud del resorte de lámina

d : distancia entre resortes de lámina



Observaciones y mediciones:

Tabla

$\frac{f}{\text{cm}}$	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{T_1}{\text{s}}$	$\frac{T_2}{\text{s}}$	$\frac{T_s}{\text{s}}$	
				medido	calculado
16,7	8,1				
16,7	10,0				
16,7	11,7				
16,7	13,0				
16,7	14,0				

Análisis:

- ¿Qué relación hay entre T_1 y T_2 ? ¿Cuál es la relación de T_1 y T_2 con d ?

- Deducción de la expresión para oscilación con batido.

- ¿Cuál es la relación de T_s con T_1 y T_2 ?
Verificar mediante cálculo los valores para T_s . ▶ Tabla.

- Observar y describir la oscilación de los péndulos de resorte de lámina acoplados.

2 Segundo experimento parcial

Trazado de las oscilaciones de péndulos acoplados.

Montaje:

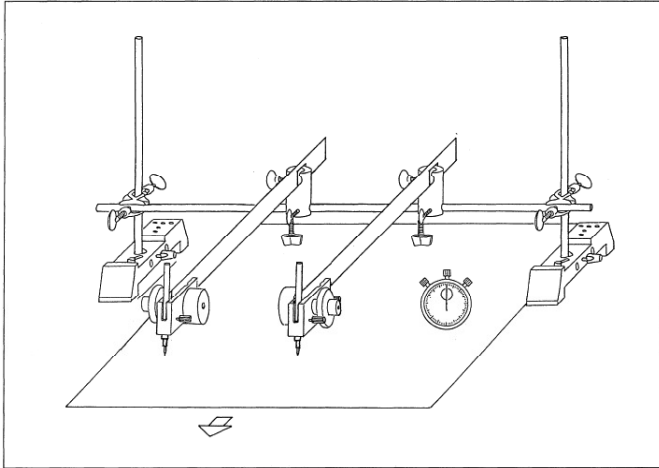


Fig. 3: Montaje:
Péndulos acoplados magnéticamente con la posibilidad de registrar ambas oscilaciones simultáneamente.

- ▶ Figura 3
- Elegir una longitud del resorte de lámina l de entre 5 cm y 10 cm (p. ej., 6,5 cm). Ambos péndulos deben tener el mismo período. Para oscilaciones de ensayo emplear fibras de fieltro de marcador.

Realización:

- Elegir una d de aprox. 10 cm.
- Cuando ambos péndulos estén en reposo, impulsar uno de ellos. Luego, cada uno de ellos debe entrar alternativamente en reposo durante un momento. Si esto no sucediera, corregir el período de oscilación de un péndulo.

Sobre el trazado:

- Extender una hoja de papel siguiendo la figura 3.
- Detener ambos péndulos. Excitar uno de ellos de manera que oscile 3-4 cm.
- Jalar del papel uniformemente en el sentido de las flechas con una velocidad de aproximadamente 1 cm/s.
- Aumentar d de 2 a 3 cm. Repetir el experimento.

Análisis:

- Interpretar los resultados del experimento.

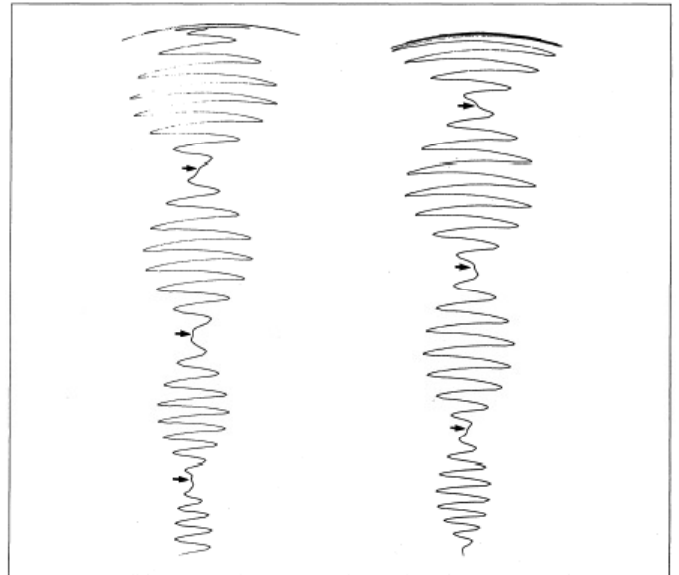


Fig. 4: Diagrama de ambas oscilaciones para péndulos de resorte de lámina acoplados magnéticamente.
Datos: $l = 6,5$ cm; $d = 9,5$ cm
Período de oscilación $T_3 \approx 0,32$ s

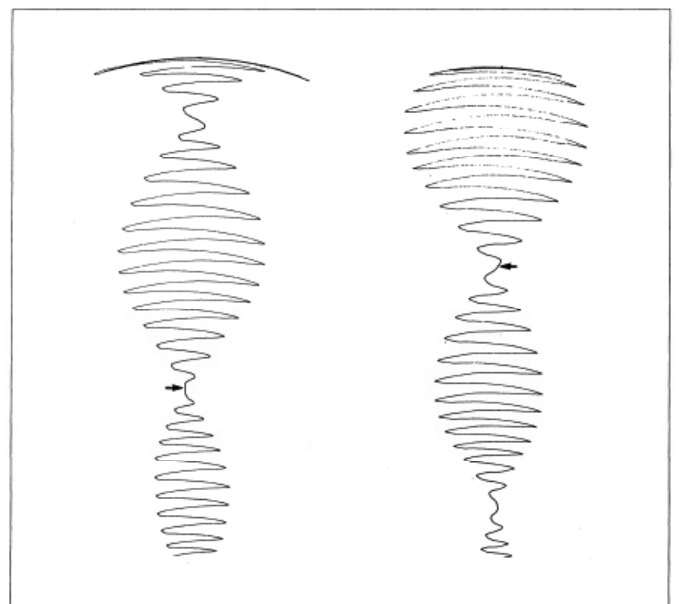


Fig. 5: Diagrama correspondiente a la Fig. 4, pero con $d = 11,0$ cm (en lugar de 9,5 cm)



Transporte de energía en sistemas de péndulos acoplados

Actividades:

- Observar la propagación de una perturbación (oscilación) en sistemas de 2 a 6 péndulos acoplados.
- Comparar los planos de oscilación de cada péndulo con la dirección de propagación.
- Determinar la velocidad de propagación de las oscilaciones.
- *Experimento adicional (experimento del profesor): Generar ondas estacionarias y describirlas.*

Equipo:

3 bases de soporte MF	301 21
5 varillas de soporte, 50 cm	301 27
5 bloques de soporte	301 25
2 soportes para péndulo de varilla	346 04
3 pares de péndulos de varilla con ejes	346 03
13 asas de soporte fijables	314 04
3 juegos de 6 pesas (se necesitan 13 pesas)	340 85
1 cinta métrica.....	311 78
1 cuerda, longitud aprox. 145 cm	200 703 22
1 lápiz para marcar, p. ej. lápiz universal	309 45
<i>además se necesita</i>	
1 cronómetrop. ej.	313 07

Montaje:

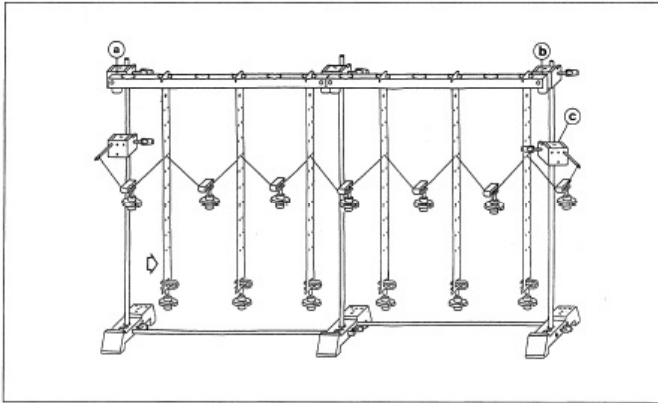


Fig. 1: Montaje de una sencilla máquina de ondas para oscilaciones longitudinales. Sistema de 6 péndulos de varilla acoplados con péndulos simples.

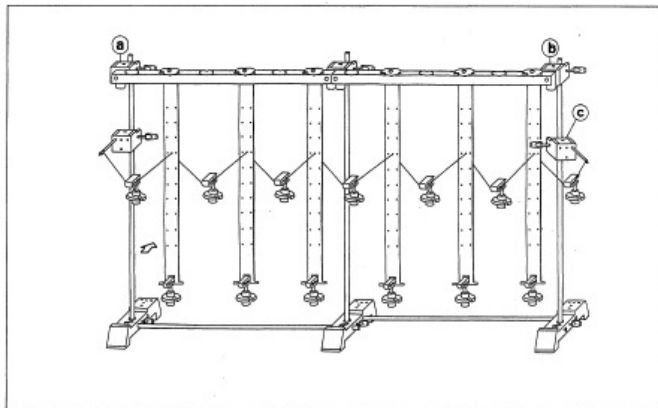


Fig. 2: Montaje de una sencilla máquina de ondas para oscilaciones transversales. Sistema de 6 péndulos de varilla acoplados con péndulos simples.

- Montaje según figura 1; procurar que los soportes para péndulo de varilla en el bloque de soporte (a) se inserten en el orificio *derecho* y los del bloque de soporte (b) en el orificio *izquierdo*.
- Elegir para la cuerda una longitud de aprox. 145 cm. Rematar uno de los extremos de la cuerda con un lazo y practicar una marca cada 20 cm (7x).
- Pasar la cuerda en cada péndulo por el orificio medio de la fila orificios triple. Hacer un lazo en el extremo derecho de la cuerda de manera su sea exactamente de 140 cm.
- Llevar el lazo izquierdo al eje, colgar el lazo derecho en el anillo de retención del eje para evitar corrimientos.
- Colgar las pesas con ayuda de la asas de soporte fijables.
- Disponer así las masas de acople a la misma altura, de modo que las marcas en la cuerda coincidan con el orificio de los péndulos de varilla.
- Colocar inclinado el bloque de soporte (c) de forma que el lazo sea colgado al mismo nivel por el que pasa el hilo.

1 Primer experimento parcial

Propagación de una perturbación (oscilación) en sistemas de 2 a 6 péndulos acoplados.

Montaje:

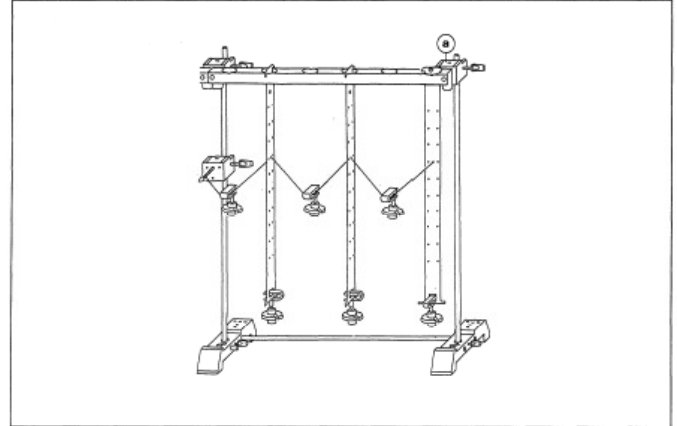


Fig. 3:

- Modificar el montaje según muestra la figura 3. Colgar a modo de tope el 3° péndulo de varilla girado 90°.
- De esta manera pueden formarse sistemas reducidos de 2 a 6 péndulos acoplados; la figura 3 muestra un sistema de 2 péndulos acoplados. (► Experimento 1.1)

Realización:

- Desviar el péndulo izquierdo y soltarlo. ¿Qué se observa? ► Punto 1.5
- Repetir el punto 1.3 para 3, 4, 5 y 6 péndulos acoplados. ¿Qué se observa? ► Punto 1.6

Análisis:

- Describir la oscilación con 2 péndulos. ¿Qué puede decirse sobre la energía de la oscilación?
- Describir la oscilación en el montaje con muchos péndulos. ¿Qué puede decirse sobre el transporte de energía?
- ¿En qué se diferencian los sistemas de 2 y más péndulos acoplados?



2 Segundo experimento parcial

Planos de oscilación de péndulos individuales en comparación con la dirección de propagación.

Montaje:

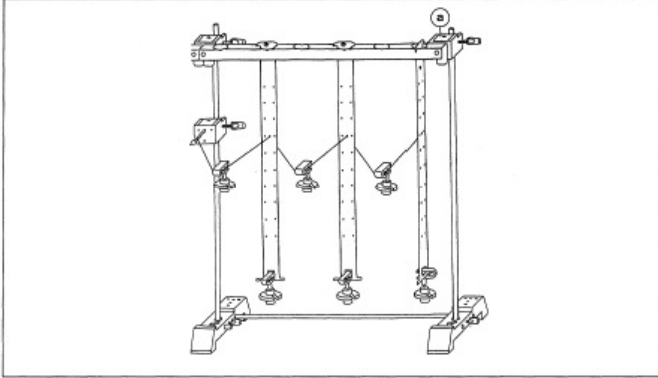


Fig. 4:

- Siguiendo la figura 2 pero análogamente a la figura 4, colgar, a modo de tope, el 3° péndulo de varilla girado 90°.

Indicación:

Al operar la modificación de montaje de la figura 1 a la figura 2, girar todos los péndulos de varilla en igual dirección.

Realización:

- Acorde al experimento parcial 1,

Análisis:

- ¿En qué se diferencian las observaciones de los experimentos parciales 1 y 2?

3 Tercer experimento parcial

Determinación de la velocidad de propagación de una oscilación.

Montaje:

- Montaje según figura 1

Realización:

- Desviar el péndulo izquierdo. Al soltarlo, accionar el cronómetro. La oscilación va de izquierda a derecha; volver a detener el cronómetro al llegar al péndulo externo de la derecha (cuando éste oscile con amplitud máxima).
- Repetir la medición varias veces, ingresar los datos en la tabla y extraer el valor medio. ▶ Tabla
- Repetir el experimento para las ondas transversales; para ello, modificar el montaje según la figura 2.

Observaciones y mediciones:

Tabla

	ondas longitudinales	ondas transversales
$\frac{t}{s}$		
valor medio		
$\frac{s}{cm}$		
$\frac{v}{cm s^{-1}}$		

Análisis:

- Cálculo de la velocidad de propagación según la expresión $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $\Delta s =$ distancia entre ambos péndulos externos = 66 cm
Ingresar los datos en la tabla. ▶ Tabla
- ¿Qué indica la velocidad de propagación?

Experimento adicional (experimento del profesor, no figura en la parte para el alumno)

Generación de una onda estacionaria

Montaje:

Según la figura 1 o la figura 2

Realización:

Excitar el péndulo izquierdo de manera uniforme; para ciertas frecuencias se forman ondas estacionarias.

Indicación:

Excitando el último péndulo con fase igual se facilita el experimento.

Se generan ondas estacionarias de 1-2 nodos.



Frecuencias de las ondas estacionarias

Actividades:

- Observar las ondas estacionarias en una cuerda de goma como función de la frecuencia de excitación.
- Obtener ecuaciones que relacionen las siguientes variables:
 f : frecuencia de excitación,
 l : longitud de la cuerda,
 λ : longitud de onda,
 n : cantidad de vientres,
 v : velocidad de fase.
- Estudiar la influencia de una masa adicional m en la formación de ondas estacionarias en una cuerda.

Equipo:

1 cuerda de goma, 1 m	de	200 66 629
2 bases de soporte MF		301 21
1 varilla de soporte, 25 cm		301 26
2 varillas de soporte, 50 cm		301 27
1 indicador	de	301 29
1 mordaza universal		666 615
1 bloque de soporte		301 25
1 eje enchufable		340 811
1 motor STE con palanca oscilante		79 42
1 par de cables de experimentación, 25 cm, rojo, azul		501 44
1 generador de funciones S12		522 62
1 fuente de tensión, 12 V~	p. ej.	522 16
	o bien	562 73
1 cinta de papel oscuro, longitud 1 m, ancho 10 cm		
1 trozo de cinta Tesa, aprox. 10 cm		
1 tijera	p. ej.	667 017

1 Primer experimento parcial

Observar las ondas estacionarias en una cuerda de goma como función de la frecuencia de excitación.

Montaje:

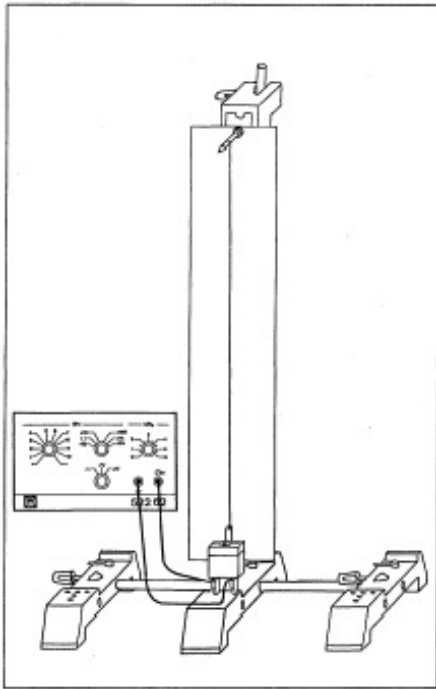


Fig. 1: Montaje experimental para generar ondas estacionarias en una cuerda en función de la frecuencia de excitación. La parte del experimento cubierta con papel se muestra en la Fig. 2.

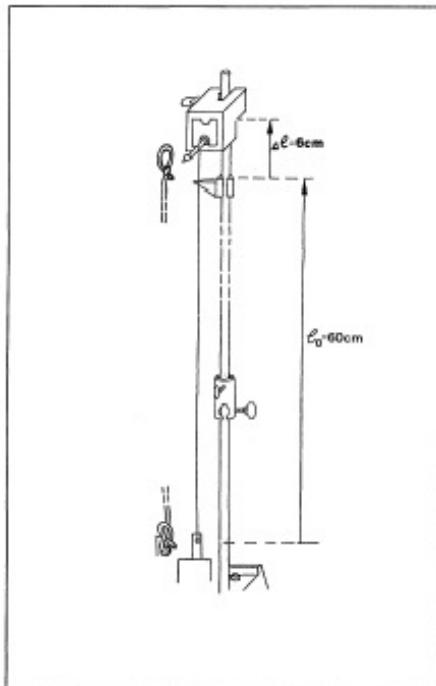


Fig. 1.1: Bosquejos complementarios a la Fig. 1.
 ℓ_0 : longitud de la cuerda de goma sin tensar
 $\Delta\ell$: elongación de la cuerda de goma

- ▶ Figura 1 y figura 1.1 Longitud de la cuerda de goma sin elongar: $\ell_0 = 60\text{ cm}$ Fijar ℓ_0 con ayuda del indicador. Luego elongar a cuerda de goma aprox. 10 %.

Realización:

- Seleccionar en el generador de funciones una tensión alterna (\sim) $f = 20\text{ Hz}$. Regulación de tensión: $U \approx 3\text{ V}_s$
- Desplazar el bloque de soporte de manera que se forme un vientre de la mayor amplitud posible.
- Luego, aumentar la frecuencia f lentamente hasta los 100 Hz.
¿Para qué frecuencias (lectura gruesa en la escala) se forman ondas estacionarias? Anotar ▶ Punto 1.6

Análisis:

Se forman ondas estacionarias para

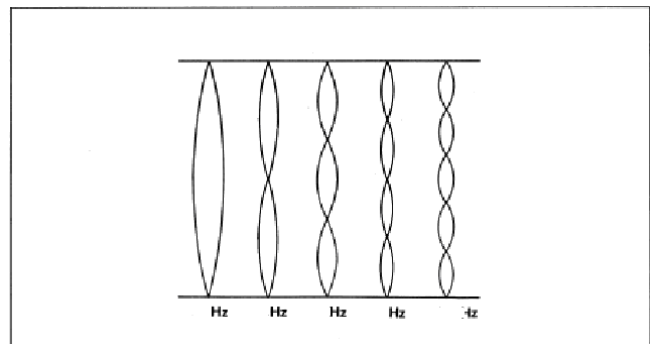


Fig. 2: Formas de oscilación en una cuerda de goma en función de la frecuencia

- ¿Qué relación hay entre las siguientes magnitudes?
 f : frecuencia de excitación
 ℓ : longitud de la cuerda
 λ : longitud de onda
 n : cantidad de vientres
 v : velocidad de fase

2 Segundo experimento parcial

Efecto de una masa adicional m .

– ¿Qué distancia guardan los nodos entre sí?

Preparación:

- Hacer en la mitad de la cuerda de goma tensada un nudo corredizo con 10 cm de cuerda de goma.
▶ Figura 3
- Para hallar ese punto medio, variar la frecuencia de manera que allí se origine un nodo.

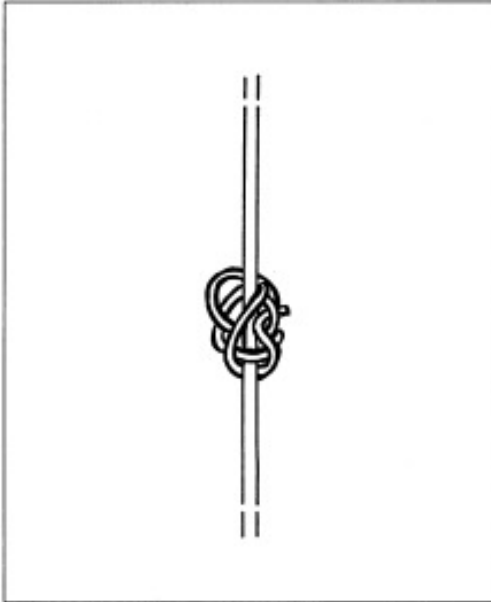


Fig. 3: Nudo corredizo en la cuerda de goma como masa adicional.
El nudo está hecho con un trozo de goma de longitud previamente medida.

Realización:

- Elegir la frecuencia de forma que surjan 2 nodos.

Análisis:

- ¿Qué puede observarse?

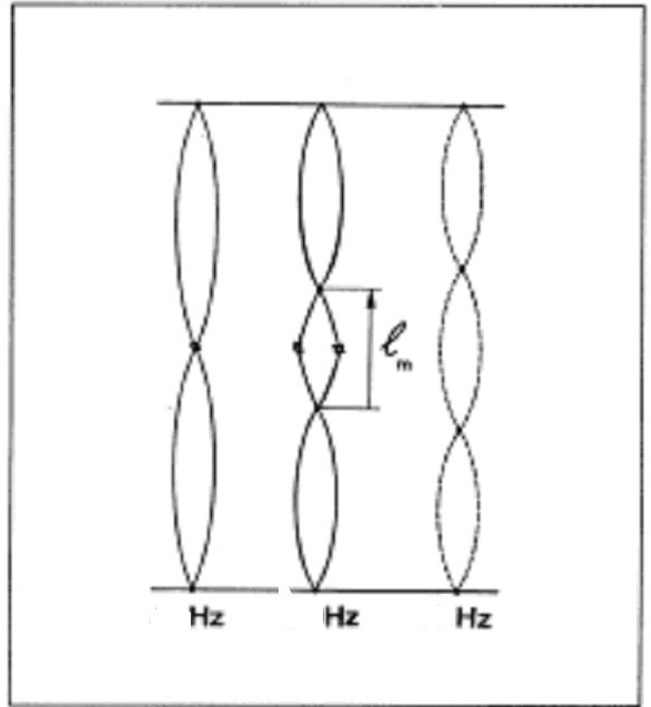


Fig. 4: Izquierda y centro:
1° y 2° oscilación superior de una cuerda de goma con masa adicional en el centro
Derecha:
2. 2° oscilación superior sin masa adicional



Velocidad de fase de ondas en una cuerda

Actividades:

- Obtener la velocidad de fase v de ondas estacionarias y ver su variación según la fuerza tensora F .
- Obtener la relación entre fuerza tensora F de una cuerda y la “masa por unidad de longitud” $\frac{m}{\ell}$ (la llamada masa lineal) a velocidad de fase v constante.
- Hallar la expresión matemática que relaciona v , F y $\frac{m}{\ell}$.
- Obtener dinámicamente la masa de una cuerda de goma por metro, o sea, la masa lineal $\mu = \frac{m}{\ell}$.

Equipo:

1 juego de 6 pesas, 50g c/u (se necesitan 4)	34085
1 cuerda, longitud aprox. 1,90 m	200 703 22
1 cuerda de goma, 35 cm	200 666 29
1 cinta métrica	311 78
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
2 varillas de soporte, 50 cm	301 27
2 bloques de soporte	301 25
1 dinamómetro de tensión y compresión 1,5 N	314 01
1 eje enchufable	340 81
1 asa de soporte fijable	314 04
1 motor STE con palanca oscilante	579 42
1 par de cables de experimentación, 1 m, rojo, azul	501 46
1 generador de funciones S12	522 62
1 fuente de tensión 12 V~	522 16
<i>Para la actividad adicional:</i>	
1 balanza (rango de medición: 200 g, precisión de lectura: 10 mg)	p. ej. 315 05

1 Primer experimento parcial

Velocidad de fase v de ondas estacionarias en una cuerda, dependencia de la fuerza tensora F .

Montaje:

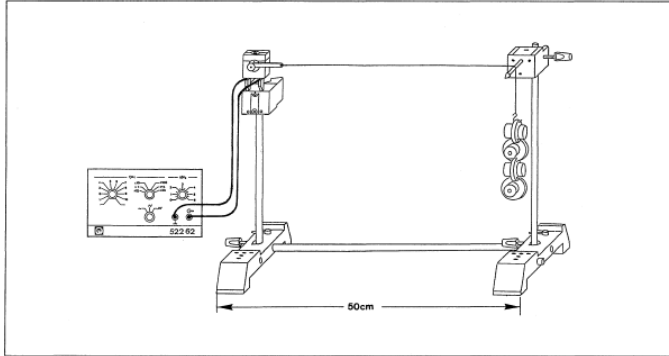


Fig. 1: Montaje experimental para estudiar la velocidad de fase de ondas en una cuerda en función de la fuerza tensora de la cuerda

- ▶ Figura 1
- Seleccionar una longitud de cuerda de aprox. 1,90 m y plegarla en 4 tramos.
- Sujetar la cuerda según muestra la figura 2 y retorcerla levemente.
- Colgar las pesas con ayuda de la asa de soporte fijable.

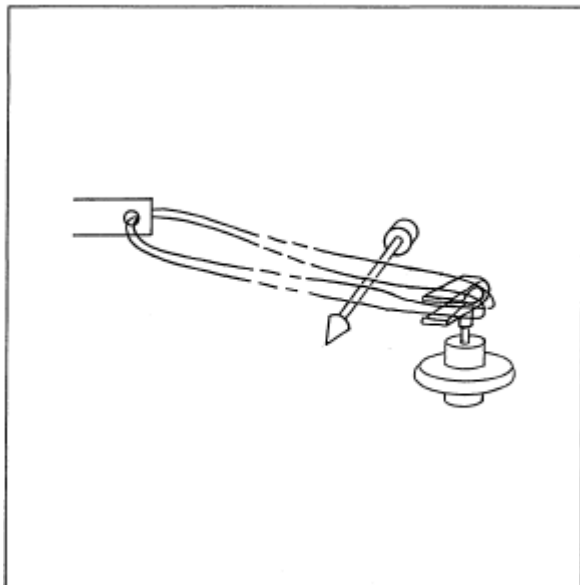


Fig. 2: Confección y sujeción de una cuerda cuádruple. Luego, la cuerda debe ser retorcida un poco

Realización:

Generación de fuerzas tensoras definidas F mediante pesas.

- Seleccionar en el generador de funciones una tensión de $3 V_s$.
- Fijar una frecuencia en el rango x10 de manera que se genere un vientre.
- Ahora extraer pesas hasta que se formen 2 vientres. Mantener siempre la frecuencia constante.

Análisis:

- ¿Qué valor tiene la fuerza tensora F ? Cálculo y verificación experimental con ayuda del dinamómetro.

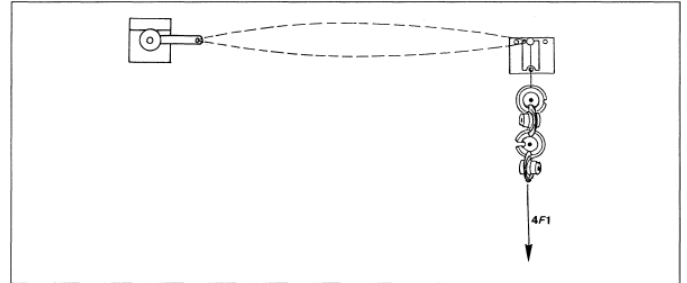


Fig. 1.1: Onda estacionaria en la cuerda. Longitud aprox. 41 cm, frecuencia de excitación $f = 90$ Hz, masa de una pesa: $m = 50$ g (fuerza tensora $F_1 \approx 2$ N)

- ¿Qué relación hay entre la velocidad de fase v , la frecuencia f y la longitud de onda λ ?
- ¿Qué valor tiene v en el montaje de la figura 1 para un vientre por longitud de cuerda?

- ¿Para qué fuerza tensora F baja la velocidad de fase a la mitad de su valor?
¿Cuántas pesas deben sacarse para alcanzarla?
Si se extraen pesas, se forma un nodo en la mitad de la cuerda.

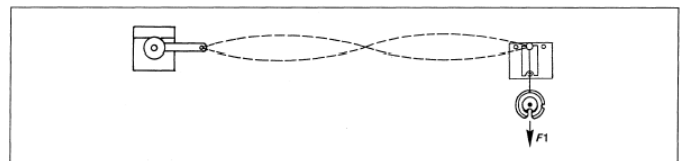


Fig. 1.2: Ondas estacionarias en la cuerda. Longitud aprox. 41 cm, frecuencia de excitación $f = 90$ Hz, masa de una pesa: $m = 50$ g (fuerza tensora $F_1 \approx 0,5$ N)

- ¿Qué relación hay entre v y F ? Hipótesis:

2

2 Segundo experimento parcial

Medición de la longitud de onda λ de ondas estacionarias en una cuerda en función de la fuerza tensora F

Montaje:

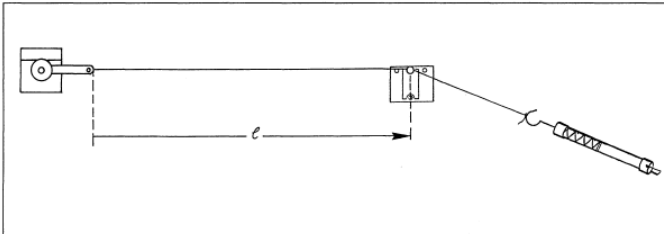


Fig. 3: Montaje experimental según Fig. 1. Medición de fuerza mediante un dinamómetro

- Reemplazar las pesas en el montaje de la figura 1 por el dinamómetro (► Figura 3).

Realización:

- Determinar una longitud l (► Tabla 1).
- Medir las fuerzas tensoras F que producen una onda estacionaria con uno o dos vientres. Ingresar valores ► Tabla 1

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

$f=90$ Hz				
$\frac{l}{m}$	$\frac{\lambda}{m}$	$\frac{\lambda^2}{m^2}$	$\frac{F}{N}$	$\frac{v^2 = \lambda^2 \cdot f^2}{m^2 s^{-2}}$
0,2				
0,2				
0,3				
0,3				
0,4				

Análisis:

- ¿Cuánto vale λ ? Calcular e ingresar valores ► Tabla 1.
- Representar gráficamente λ como función de F ► Figura 4.
- Linealizar la curva (volcar en la 3° columna de la tabla los valores de λ convertidos). ► Tabla 1 y representar gráficamente ► Figura 5.

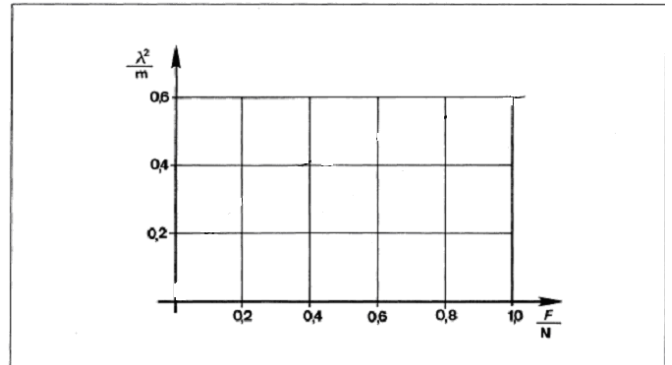


Fig. 4: Longitud de onda λ en la cuerda como función de la fuerza tensora F (frecuencia de excitación $f = 90$ Hz)

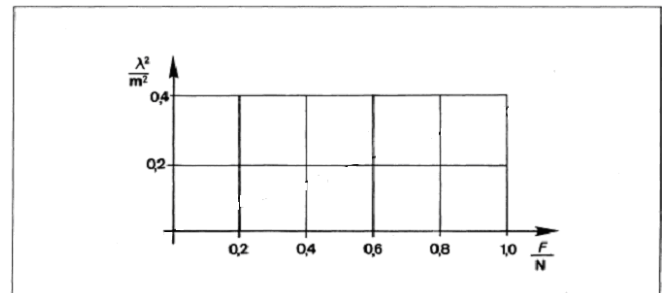


Fig. 5: Linealización de la representación de la Fig. 4, λ como función de F .

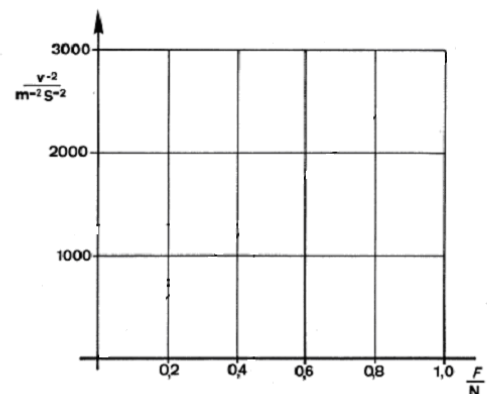


Fig. 6: v^2 como función de la fuerza tensora F

- Confirmación de la hipótesis $F \sim v^2$: Para ello, calcular v^2 e ingresar los valores en la tabla 1. ► Tabla 1
- Representar en un gráfico v^2 como función de F . ► Figura 6
- Determinar la constante K a partir de la pendiente de la recta:



- ¿Qué significado físico tiene la constante K ?

La unidad indica una masa/unidad de longitud.

- Actividad adicional: Verificar la masa lineal $\frac{m}{\ell}$ pesando la cuerda:

- Obtención de la ecuación que relaciona la velocidad de fase v con la fuerza tensora F y la masa lineal $\frac{m}{\ell}$:



3 Tercer experimento parcial

Obtención dinámica de la masa de una cuerda de goma por unidad de longitud.

Hallar las expresiones para las masas lineales $\frac{m}{\ell}$ de la cuerda de goma elongada y $\frac{m}{\ell_0}$ de la no elongada.

– Verificación

Hallar el valor de $\frac{m}{\ell_0}$ mediante una balanza.

Montaje:

- ▶ Figura 2
Longitud de la cuerda de goma: 35 cm.

Realización:

- Atar la cuerda de goma en los extremos. Elegir una longitud $\ell = 40$ cm.
- Tensar la cuerda de goma con ayuda del dinamómetro.
Leer la fuerza F para la cual se origina un vientre de amplitud máxima.
Ingresar valores ▶ Tabla 3.
- Repetir el experimento $\ell = 45$ cm.
- La longitud de la cuerda de goma elongada es ℓ .
¿Qué longitud ℓ_0 tiene esta cuerda de goma cuando no está elongada?
Apretar los extremos con las uñas del pulgar y el índice, aflojar la goma y medir la longitud. Anotar en ▶ Tabla 3

Observaciones y mediciones:

Tabla 3

$f = 50$ Hz

$\frac{\ell}{\text{cm}}$	$\frac{\ell_0}{\text{cm}}$	$\frac{F}{\text{N}}$	$\frac{m}{\ell_0}$ g/m
40			
45			

Análisis:

- Con ayuda de los datos de medición, calcular la masa lineal $\frac{m}{\ell_0}$.



Velocidad de fase de ondas en un resorte helicoidal

Actividades:

- Determinar la longitud de onda ℓ y la velocidad de fase v de una onda estacionaria en un resorte helicoidal.
- Obtener la relación entre la velocidad de fase v la longitud ℓ del resorte helicoidal girado.
- Controlar la ecuación hallada experimentalmente con ayuda de la ecuación para la velocidad de fase en cuerpos elásticos.

Equipo:

1 resorte helicoidal A/ 0,1 N cm ⁻¹	352 07
o bien	
1 resorte helicoidal A/0,25 N cm ⁻¹	352 08
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 50 cm	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
1 bloque de soporte	301 25
1 eje	34603
1 motor STE con palanca oscilante	579 42
1 cuerda de goma, longitud 16 cm	200 666 29
1 cinta métrica	311 78
1 dinamómetro de tensión y compresión 1,5 N	314 01
1 fuente de tensión 3 V~	522 16
1 par de cables de experimentación, 50 cm, rojo, azul	501 45
1 balanza	315 05

1 Primer experimento parcial

Determinación de la longitud de onda λ y la velocidad de fase v de una onda estacionaria en un resorte helicoidal.

Montaje:

- Figura 1 / Figura 2

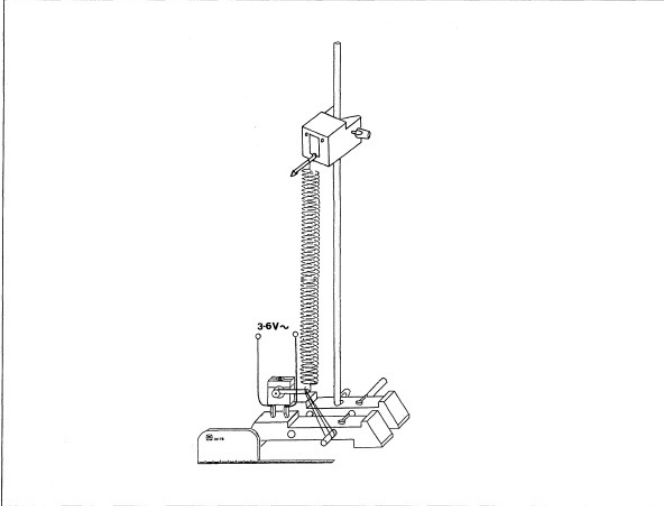


Fig. 1: Montaje experimental para generar ondas estacionarias en un resorte helicoidal.
Frecuencia de excitación: $f = 50$ Hz

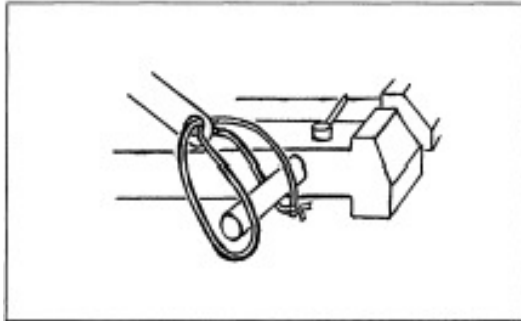


Fig. 2: Bosquejo complementario a la Fig. 1.
Atado de la palanca oscilante con un lazo de goma (circunferencia del lazo: 15 cm)

Realización:

- Medir la longitud ℓ_0 del resorte no elongado e ingresar los valores ► Tabla 1.
- Elongar el resorte helicoidal del montaje al doble de su longitud ℓ_0 ($\ell = 2 \ell_0$). Anotar $2 \ell_0$ ► Tabla 1.

- ¿En qué puntos del resorte se forman nodos? Anotar la cantidad ► Tabla 2.
Dar los números (contados desde abajo) de las espiras que no oscilan.

► Tabla 2

Observaciones y mediciones:

Tabla 1

Longitud del resorte helicoidal (ejemplo de medición)

	no elongado	elongado el doble
resorte (A)		
resorte (B)		

Tabla 2

	resorte (A)	resorte (B)
cantidad de vientres		
cantidad de nodos		
nodos número de espira (contado desde abajo)		

Análisis:

- ¿Cómo oscila el resorte helicoidal excitado a 50 Hz? Comparación con una onda en una cuerda.

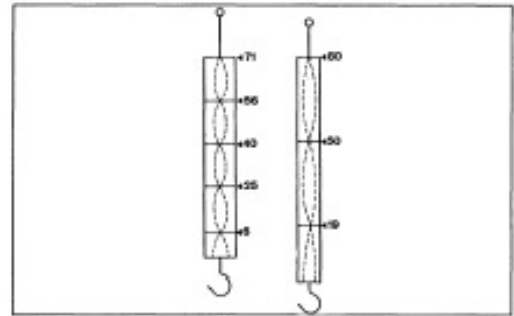


Fig. 3: Situación de los nodos y vientres para los resortes helicoidales (A) y (B) con una frecuencia de excitación $f = 50$ Hz.
Las cifras brindan los números de las espiras situadas en los nodos.



- ¿Cuánto vale la longitud de onda λ ?

2 Segundo experimento parcial

Obtener la relación entre la velocidad de fase v y la longitud l del resorte helicoidal elongado.

Montaje:

Como el experimento parcial 1

Realización:

- Estirar el resorte excitado desplazando el bloque de soporte.

Análisis:

- ¿Qué puede observarse?

- ¿Qué conclusiones pueden extraerse respecto de la relación entre la longitud de onda λ y la longitud l del resorte elongado?

- ¿Cuánto vale la velocidad de fase v ?

- ¿Cómo es la relación entre la velocidad de fase v y la longitud l del resorte?



Verificación de la expresión hallada experimentalmente:

- Para la velocidad de fase en cuerpos elásticos vale la fórmula

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E : módulo de elasticidad,

ρ : densidad del cuerpo.

Esta relación puede aplicarse al resorte helicoidal.

Se obtiene una expresión que muestra a v como función de la constante del resorte D , de la masa del resorte m_0 y de la longitud del resorte ℓ .

¿Qué expresiones relaciones vinculan

λ con ℓ

y

v con ℓ ?

La constante K que aparece en las expresiones hay que compararla con el valor hallado en la experiencia.



Ondas estacionarias en un resorte helicoidal Nodos y vientres en función de la frecuencia de excitación

Actividades:

- Observar las ondas estacionarias en un resorte helicoidal como función de la frecuencia de excitación.
- Describir cuantitativamente las observaciones hechas mediante ecuaciones que relacionen las siguientes variables:
 - f : frecuencia de excitación,
 - n : número de nodos ($n = 1, 2, 3 \dots$),
 - $n-z$: número de vientres ($n = 1, 2, 3 ; 0 < z < 1$),
 - λ : longitud de onda,
 - l : longitud del resorte helicoidal elongado,
 - v : velocidad de fase.
- Cálculo del número n de nodos para la frecuencia de excitación $f = 50$ Hz.

Equipo:

1 resorte helicoidal A/ 0,1 N cm ⁻¹	352 07
o bien	
1 resorte helicoidal A/0,25 N cm ⁻¹	352 08
2 bases de soporte MF	301 21
1 varilla de soporte, 50 cm	301 27
1 varilla de soporte, 25 cm	301 26
1 bloque de soporte	301 25
1 eje	346 03
1 motor STE con palanca oscilante	579 42
1 cuerda de goma, longitud 16 cm	200 666 29
1 cinta métrica	311 78
1 generador de funciones S12	522 62
1 fuente de tensión 12 V~	522 16
o bien	562 73
1 par de cables de experimentación, 50 cm, rojo, azul	501 45

Montaje:

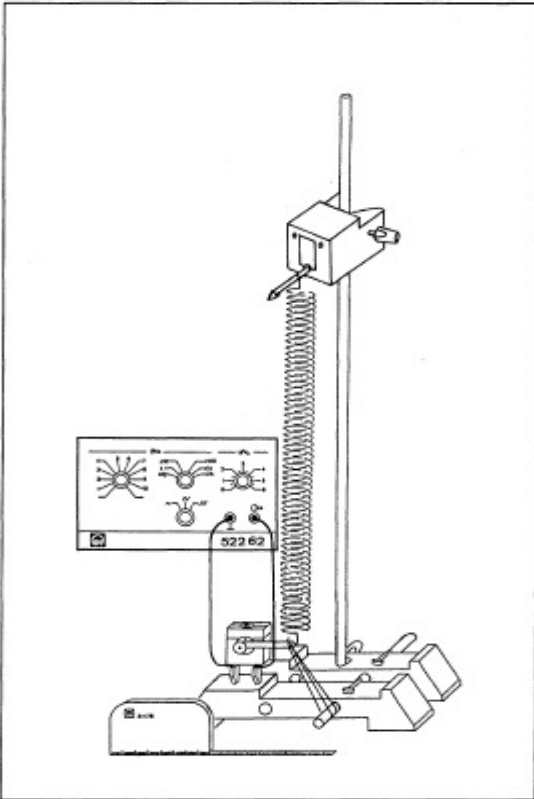


Fig. 1: Montaje experimental para generar ondas estacionarias en un resorte helicoidal

- ▶ Figura 1, ▶ Figura 2
- Elongar el resorte helicoidal al doble de su longitud ℓ_0 ($\ell = 2 \ell_0$).

Realización:

- Seleccionar en el generador de funciones una tensión $U = 3 V_s$.
- Aumentar lentamente la frecuencia.

Análisis:

- ¿Qué puede observarse?
Realizar una descripción lo más exacta posible.

Descripción cuantitativa de las observaciones mediante ecuaciones

- ¿Qué relación se obtiene entre la longitud de onda λ y la longitud del resorte ℓ para una onda estacionaria en un resorte helicoidal? Obsérvese que el extremo del resorte no tiene por qué coincidir exactamente con un vientre. Las diferencias pueden describirse con ayuda de un número z , que puede tomar valores entre 0 y 1.
▶ Figura 3

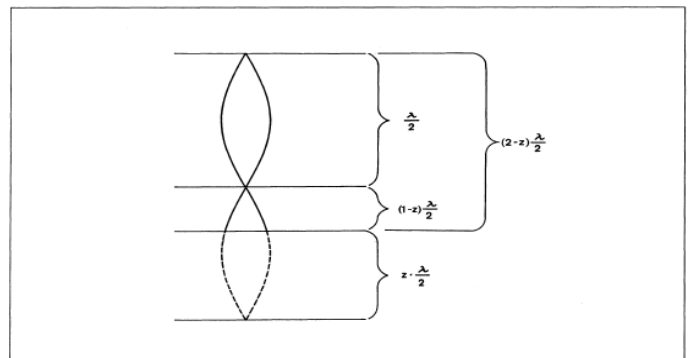


Fig. 3: Clasificación de un vientre en el extremo de un resorte helicoidal mediante un número z . El número z indica qué fracción de la distancia $\lambda/2$ de un nodo al próximo falta.

Descripción cuantitativa de las observaciones



Aplicación a los resortes del juego

- Hay que calcular el número n de nodos que exhibe el resorte helicoidal cuando es excitado a $f = 50$ Hz.

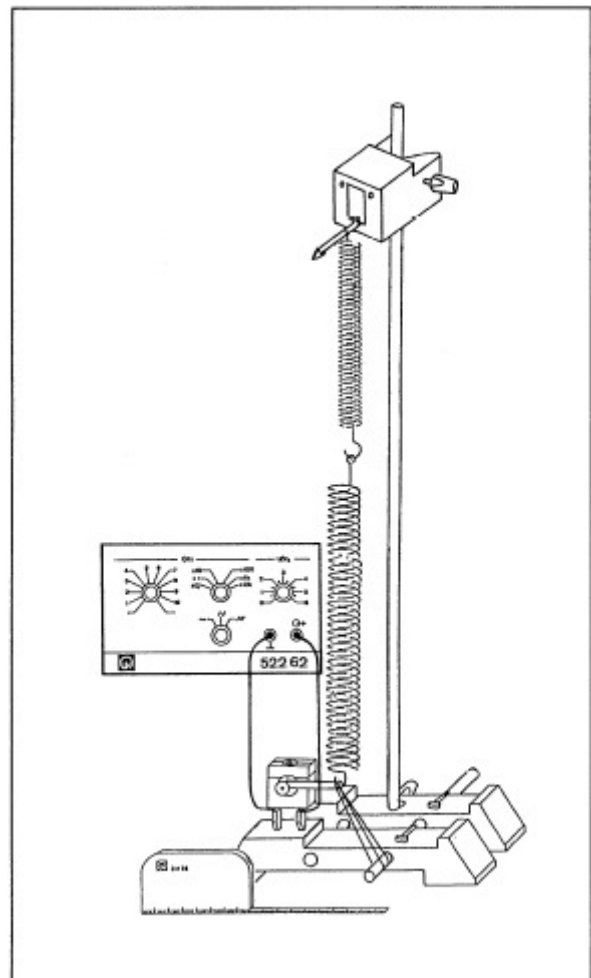


Fig. 4: Montaje experimental para generar ondas estacionarias con dos resortes helicoidales conectados en serie.



Superposición de ondas de igual frecuencia en una cuerda

Actividades:

- Observar la superposición de ondas de igual frecuencia en una cuerda
 - a) para fase igual,
 - b) para contrafase.
- Actividad adicional:
Hallar la velocidad de fase de las ondas en una cuerda.

Equipo:

1 cuerda de goma, 1 m	de	200 666 29
4 bases de soporte		301 21
2 varillas de soporte, 50 cm		301 27
1 varilla de soporte, 25 cm		301 26
2 motores STE con palanca oscilante		579 42
1 cinta métrica.....		311 78
1 par de cables de experimentación, 50 cm, rojo, azul		501 45
1 par de cables de experimentación, 1 m, rojo, azul		501 46
1 generador de funciones S12		522 62
1 fuente de tensión 12 V~.....	p. ej.	522 16
	o bien	562 73

Montaje:

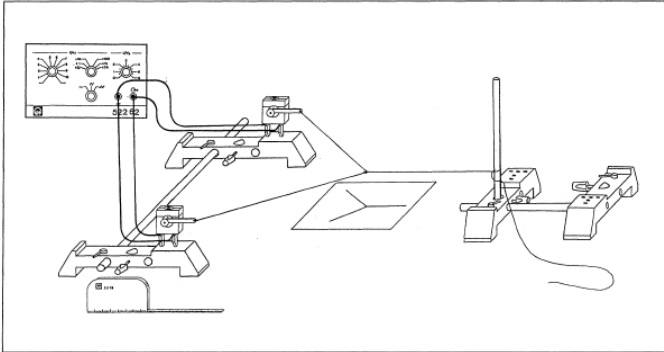


Fig. 1: Montaje experimental para observar la superposición de ondas de igual frecuencia en una cuerda. Aquí las palancas oscilantes se mueven en contrafase.

- ▶ Figura 1
 - Separar las bases de soporte de forma que ambas palancas oscilantes disten 40 cm entre sí.
 - Cortar 45 cm de cuerda de goma y atar los extremos a las palancas oscilantes.
Longitud de la cuerda de goma sin tensar: 40 cm
 - Cortar un segundo tramo de cuerda de goma, de 55 cm, y atarlo al primer tramo, como muestra la figura 2, para formar una T.
- El nudo debe ser corredizo.

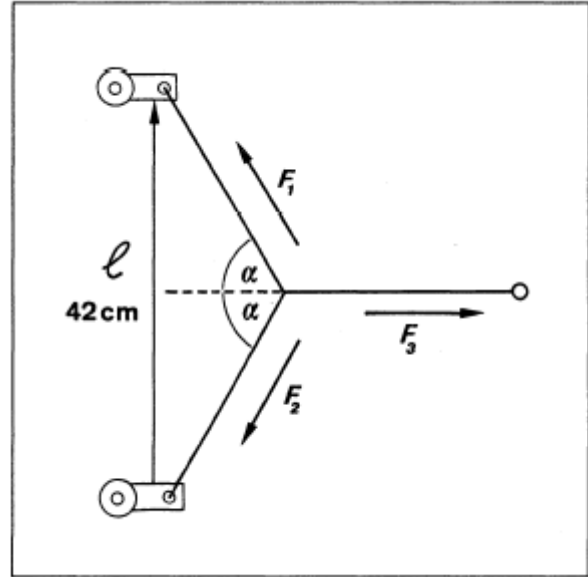


Fig. 3: Bosquejo de control para la Fig. 1: Descomposición de las fuerzas tensoras

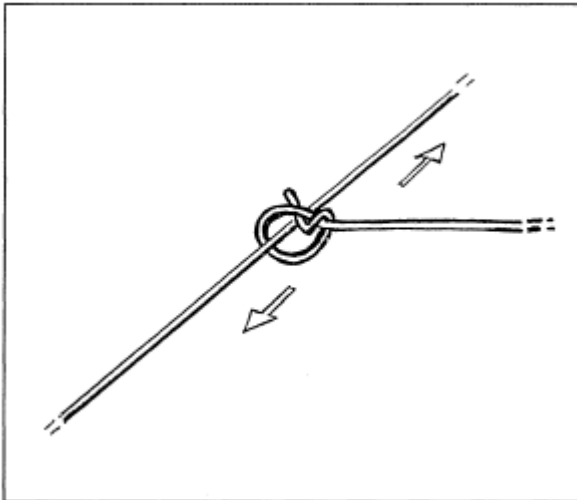


Fig. 2: Bosquejo complementario a la Fig. 1. Anudamiento en T de dos cuerdas de goma con nudo corredizo

- Desplazar el nudo a la mitad de la primera cuerda de goma.
Atar el extremo libre de la cuerda de goma.
Longitud de la segunda cuerda de goma de nudo a nudo: 20 cm
- Aumentar la distancia entre palancas oscilantes a $l = 42$ cm (▶ Figura 3).
Desplazar a la derecha la base de soporte derecha (sin motor), de modo que el montaje quede como muestra la figura 1. Valores fijados en el generador de funciones:
tensión: $3 V_s$
tipo de tensión: $\sim\sim$
frecuencia: aprox. 50 Hz



1 Primer experimento parcial

Realización:

Excitación en fase

- Conexión eléctrica de los motores según figura 1. Para comprobar que las palancas oscilantes se mueven en fase, fijar el selector de rango del generador de funciones en $\times 0,1$.
- Volver a seleccionar una frecuencia de excitación de 50 Hz y correr la base de soporte derecha de forma que haya igual fuerza tensora en cada tramo. Para comparar ▶ Figura 3
- Seleccionar un ángulo α de 60° (figura 3), de modo que los valores de F_1 , F_2 y F_3 sean iguales.

Análisis:

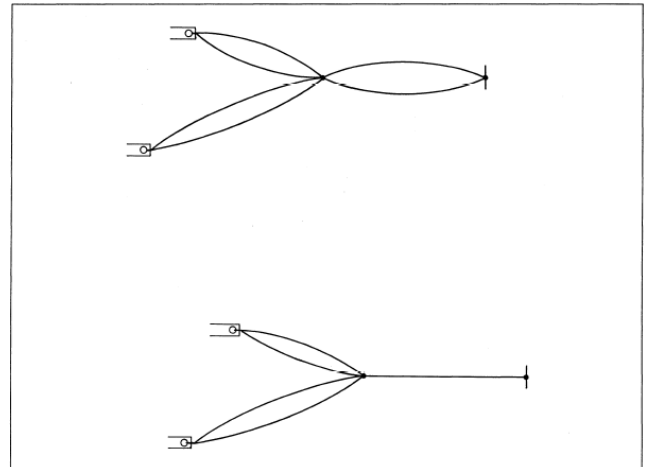


Fig. 4: Figuras de oscilaciones para ondas estacionarias en una cuerda (representación en perspectiva caballera)
Arriba: para excitador en fase
Abajo: para excitador en contrafase

Comparar entre sí los tres tramos de cuerda.

Las amplitudes se suman ▶ Figura 4, arriba.

- Observación sujetando una de las cuerdas de goma de la izquierda:

- Las amplitudes de las ondas estacionarias de las dos cuerdas de goma de la izquierda deben tener igual valor. De ser necesario, correr un poco el nudo.
- Sujetar una de las cuerdas a la izquierda y impedir que oscile. Observar qué ocurre.
▶ Punto 1.13

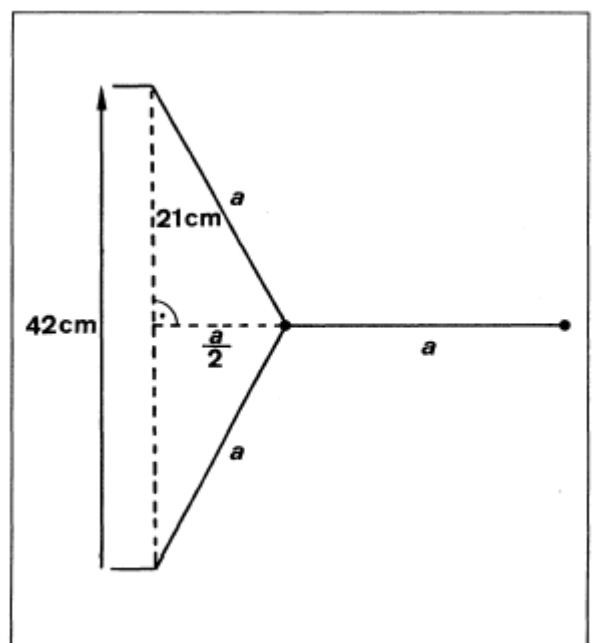


Fig. 5: Esquema para calcular las longitudes de las cuerdas de goma



2 Segundo experimento parcial

Realización:

- Cambiar la conexión de tensión en uno de los motores. Para comprobar que las palancas oscilantes se mueven en contrafase, fijar el selector de rango del generador de funciones en $\times 0,1$.
- Volver a seleccionar una frecuencia de excitación de 50 Hz.
- Desplazar la base de soporte derecha de modo que la cuerda de la derecha permanezca totalmente quieta.

Análisis:

- ¿Qué condiciones deben cumplir las ondas que se superponen en una cuerda para que la cuerda de la derecha esté en reposo?

- Debe hallarse la velocidad de fase v de las ondas en las cuerdas.

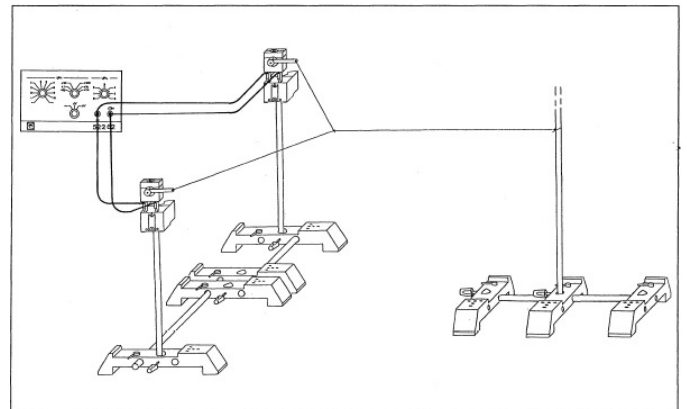


Fig. 6: Montaje experimental para observar la superposición de ondas de igual frecuencia en cuerdas.



Superposición de ondas en una cuerda con una pequeña diferencia de frecuencia

Actividades:

Observar la superposición de ondas en una cuerda con una pequeña diferencia de frecuencia.

Equipo:

1 cuerda de goma	de	200 666 29
4 bases de soporte		301 21
2 varillas de soporte, 50 cm		301 27
1 varilla de soporte, 35 cm		301 26
2 motores STE con palanca oscilante		579 42
1 cinta métrica		311 78
1 par de cables de experimentación, 50 cm, rojo, azul		501 45
1 par de cables de experimentación, 1 m, rojo, azul		501 46
1 generador de funciones S12		52262
1 fuente de tensión 12 V~ y 3-6 V ~, 50 Hz	p. ej.	562 73
o bien		
otro generador de funciones S12		522 62

Montaje:

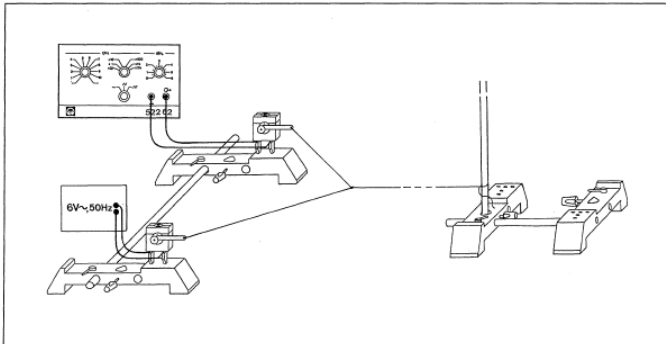


Fig. 1: Montaje experimental para observar la superposición de ondas en una cuerda con una pequeña diferencia de frecuencia

- ▶ Figura 1
 - Separar las bases de soporte de forma que ambas palancas oscilantes disten 40 cm entre sí.
 - Cortar 45 cm de cuerda de goma y atar los extremos a las palancas oscilantes.
Longitud efectiva de la cuerda de goma: 40 cm
 - Cortar un segundo tramo de cuerda de goma, de 55 cm, y atarlo al primer tramo, como muestra la figura 2, para formar una T.
 - Ubicar el nudo corredizo en el centro con la mayor precisión posible.
Longitud del segundo tramo de cuerda de goma desde el nudo hasta la varilla de soporte de la derecha:
40 cm. Sujetar los extremos con un nudo.
 - Aumentar la distancia entre palancas oscilantes a $\ell = 42$ cm.
 - Desplazar a la derecha la base de soporte derecha, de modo que el montaje quede como el de la figura 1.
- Valores fijados en el generador de funciones:
tensión: aprox. 3 V_S
tipo de tensión: ~
frecuencia: aprox. 50 Hz

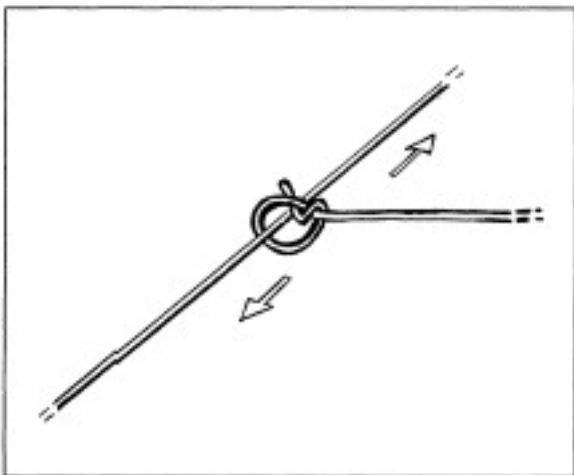


Fig. 2: Esquema complementario a la Fig. 1: Anudamiento en T de dos cuerdas de goma con nudo corredizo

Realización:

- Variar levemente la frecuencia del generador de funciones.
Desplazar la base de soporte derecha de manera que se pueda observar bien el aumento y la disminución de la amplitud de la onda estacionaria en las cuerdas.

Análisis:

- ¿Qué se observa?

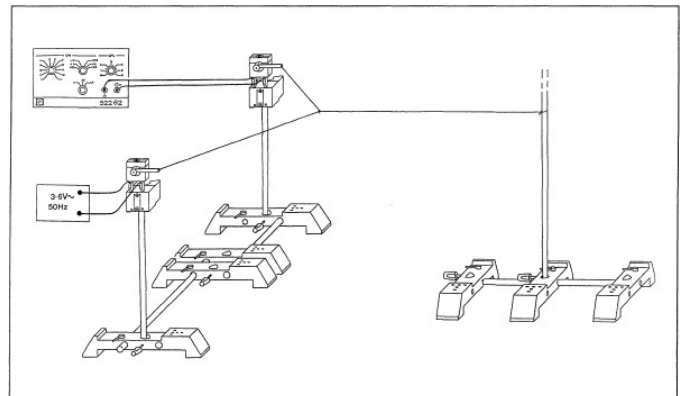


Fig. 3: Montaje experimental para observar la superposición de ondas con una pequeña diferencia de frecuencia en una cuerda